

高校準備講座 第1回 式の計算(1)

- ・ 整 式…単項式と多項式をあわせたもの。
- ・ 次 数…掛け合わされている文字の個数
- ・ 係 数…項の数字の部分。
- ・ 降べきの順…項の字数が低くなる順に整理すること。
- ・ 昇べきの順…項の字数が高くなる順に整理すること。

Pattern. 1 式の係数と次数

★POINT★

- ・ 2種類以上の文字を含む項において、
着目する文字以外の文字は係数(定数項)扱いとなる。

(例題 1) 次の単項式で、[] 内の文字に着目したときの、係数と次数をいえ。

(1) $-2xy$ [x, y]

係数 -2

次数 2

(2) $5ab^3x^2y$ [x], [y], [b]

[x] 係数 $5ab^3y$ 次数 2

[y] 係数 $5ab^3x^2$ 次数 1

[b] 係数 $5ax^2y$ 次数 3

(3) 次の多項式は [] 内の文字に着目すると、何次式か。またそのときの定数項をいえ。

$x^2y^3 + ax - b$ [x], [y], [x, y]

[x] 2次式 定数項 $-b$

[y] 3次式 定数項 $ax - b$

[x, y] 5次式 定数項 $-b$

Pattern. 2 整式の計算

★POINT★

- ・ 指数法則 m, n を整数とする

① $a^m a^n = a^{m+n}$ ② $(a^m)^n = a^{mn}$ ③ $(ab)^n = a^n b^n$

(例題 2) 次の式を計算せよ。

(1) $A = 5x^3 - 2x^2 + 3x - 6$, $B = 4x^3 + 2x^2 - 6$ のとき、 $A - B$

$$\begin{aligned} & 5x^3 - 2x^2 + 3x - 6 - (4x^3 + 2x^2 - 6) \\ &= \underline{5x^3} - \underline{2x^2} + \underline{3x} - \underline{6} - \underline{4x^3} - \underline{2x^2} + \underline{6} \\ &= x^3 - 4x^2 + 3x \end{aligned}$$

(2) $2a^2 \times 5a^4$

$$= 10 a^{2+4}$$

$$= 10 a^6$$

(3) $(3x^2y)^2 \times (-2x^3y)$

$$= 9x^4y^2 \times (-2x^3y)$$

$$= -18x^7y^3$$

Pattern. 3 展開の公式

★POINT★

- ・ 展開の公式

① $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ ② $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ ③ $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

④ $(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$

(例題 3) 次の式を展開せよ。

(1) $(a^2 - b)^2$

$$= (a^2)^2 - 2a^2b + b^2$$

$$= a^4 - 2a^2b + b^2$$

(2) $(x^2 - 2y^2)(x^2 + 2y^2)$

$$= (x^2)^2 - (2y^2)^2$$

$$= x^4 - 4y^4$$

(3) $(2a - 5b)(2a + 3b)$

$$= (2a)^2 + \underset{-5b}{(-5b+3b)} \times 2a - 5b \times 3b$$

$$= 4a^2 - 4ab - 15b^2$$

(4) $(3x - 4y)(5x + y)$

$$= 3x \times 5x + (3y - 20y)x - 4y \times y$$

$$= 15x^2 - 17xy - 4y^2$$

高校準備講座 第2回 式の計算(2)

Pattern.1 式の展開の工夫

★POINT★

- ・「おきかえ」の利用 ⇒ 共通部分を文字に置き換えて、乗法公式に当てはめる。
- ・展開の「順番」を工夫 ⇒ 公式が使える組み合わせ。共通部分ができる組み合わせ。

(例題1) 次の式を展開せよ。

$$(1) \frac{(x^2-2y-1)^2}{A}$$

$$= (A-1)^2$$

$$= A^2 - 2A - 1$$

$$= (x^2-2y)^2 - 2(x^2-2y) - 1$$

$$= x^4 - 4x^2y + 4y^2 - 2x^2 + 4y - 1$$

$$(2) \frac{(x^2-x+1)(x^2+x-1)}{A}$$

$$= \left\{ \frac{x^2-(x-1)}{A} \right\} \left\{ \frac{x^2+(x-1)}{A} \right\}$$

$$= (x^2-A)(x^2+A)$$

$$= x^4 - A^2$$

$$= x^4 - (x-1)^2$$

$$= x^4 - (x^2 - 2x + 1)$$

$$= x^4 - x^2 + 2x - 1$$

$$(3) (x+y)^2(x-y)^2$$

$$= \left\{ (x+y)(x-y) \right\}^2$$

$$= (x^2 - y^2)^2$$

$$= x^4 - 2x^2y^2 + y^4$$

$$(4) \frac{(x+2)(x-3)(x+4)(x-5)}{A}$$

$$= \frac{(x^2-x-6)(x^2-x-20)}{A}$$

$$= (A-6)(A-20)$$

$$= A^2 - 26A + 120$$

$$= (x^2-x)^2 - 26(x^2-x) + 120$$

$$= x^4 - 2x^3 + x^2 - 26x^2 + 26x + 120$$

$$= x^4 - 2x^3 - 25x^2 + 26x + 120$$

Pattern.2 因数分解

★POINT★

- ・共通因数でくくる。(最優先で!)
- ・因数分解の公式(乗法公式の逆)

$$① a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2 \quad ② a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$③ x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$$

(例題2) 次の式を因数分解せよ。

$$(1) 9x^2y^3 - 12xy^2$$

$$= 3xy^2(3xy - 4)$$

$$(2) (a-b)x + (b-a)y$$

$$= (a-b)x - (a-b)y$$

$$= (a-b)(x-y)$$

$$(3) 4a^2 - 12ab + 9b^2$$

$$= (2a - 3b)^2$$

$$(4) 36x^2 - 25y^2$$

$$= (6x + 5y)(6x - 5y)$$

$$(5) x^2 - 3xy - 18y^2$$

$$= (x + 3y)(x - 6y)$$

Pattern.3 因数分解(2)

★POINT★

- ・因数分解の公式(乗法公式の逆)

$$④ acx^2 + (ad+bc)x + bd = (ax+b)(cx+d) \Rightarrow \text{「たすきがけ」の利用}$$

「たすきがけ」…慣れが必要。

$$\begin{array}{ccc} a & \times & b \rightarrow bc \\ c & \times & d \rightarrow ad \\ \hline ac & & bd \quad ad+bc \leftarrow \text{ここで確認} \end{array}$$

(例題3) 次の式を因数分解せよ。

$$(1) 3x^2 + 7x + 2$$

$$= (3x + 1)(x + 2)$$

$$\begin{array}{ccc} 3 & \times & 1 \rightarrow 3 \\ 1 & \times & 2 \rightarrow 2 \\ \hline & & 7 \end{array}$$

$$(2) 4x^2 - 9xy + 2y^2$$

$$= (4x - y)(x - 2y)$$

$$\begin{array}{ccc} 4 & \times & -y \rightarrow -4y \\ 1 & \times & -2y \rightarrow -2y \\ \hline & & -9y \end{array}$$