

11

第5章 整数

倍数と公倍数

倍数について学び、2つ以上の整数に共通する倍数を探そう。

テーマ1 倍数

4に整数をかけてできる数を、4の倍数といいます。0は、倍数には入れないことにします。

- (1) 3の倍数を小さいほうから順に4つ求めなさい。(2) 1から100までの整数で、8の倍数は何個ありますか。

【考え方】(1) $3 \times 1 = 3$, $3 \times 2 = 6$
 $3 \times 3 = 9$, $3 \times 4 = 12$

(2) $100 \div 8 = 12$ あまり4
なので、1から100までの8の倍数は、12個

【答え】(1) ③ 3, 6, 9, 12 (2) ② 12個

- ① 次の数の倍数を、小さいほうから順に4つ求めなさい。

(1) 5 (5, 10, 15, 20) (2) 7 (7, 14, 21, 28)
(3) 11 (11, 22, 33, 44) (4) 15 (15, 30, 45, 60)

- ② 次の数を全部選び、○をつけなさい。

(1) 3の倍数 8 15 23 36 47 59 64 72 84
(2) 8の倍数 5 18 24 42 56 66 72 84 96

- ③ 1から100までの整数で、次の数は何個ありますか。

(1) 5の倍数 (20個) (2) 7の倍数 (14個) (3) 12の倍数 (8個)

テーマ2 公倍数と最小公倍数

4と6の共通な倍数を、4と6の公倍数といいます。公倍数のうちで、いちばん小さい数を、最小公倍数といいます。

6と9の公倍数を、小さいほうから順に3つ求めなさい。また、最小公倍数を求めなさい。

【考え方】6と9の公倍数は、6と9の共通な倍数です。

【見つけ方1】それぞれの倍数を求め、両方に入っている数を見つけて。

(6の倍数) 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, ...

(9の倍数) 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, ...

【見つけ方2】大きいほうの数の倍数を求め、その数を小さいほうの数でわって調べます。

(9の倍数) 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, ...

(6の倍数かどうか) $\times$ $\circ$ $\times$ $\circ$ $\times$ $\circ$ $\times$ $\circ$ $\times$ $\circ$ $\times$ $\circ$...

6でわりきれかどうかを調べる。

※公倍数18, 36, 54, 72, 90, ...は、最小公倍数18の倍数になっています。

【答え】公倍数...18, 36, 54 最小公倍数...18

- ④ ()の中の数の公倍数を、小さいほうから順に3つ求めなさい。また、最小公倍数を求めなさい。

(1) (2, 7) 公倍数 (14, 28, 42) 最小公倍数 (14)

(2) (6, 10) 公倍数 (30, 60, 90) 最小公倍数 (30)

(3) (4, 14) 公倍数 (28, 56, 84) 最小公倍数 (28)

(4) (5, 12) 公倍数 (60, 120, 180) 最小公倍数 (60)

- ⑤ ()の中の数の最小公倍数を求めなさい。また、「公倍数は最小公倍数の倍数である」ことを使って、小さいほうから5番めの公倍数を求めなさい。

(1) (5, 6) 最小公倍数 (30) 5番めの公倍数 (150)

(2) (9, 15) 最小公倍数 (45) 5番めの公倍数 (225)

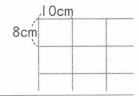
- ⑥ 1から100までの整数で、次の数は何個ありますか。

(1) 2と5の公倍数 (10個) (2) 4と6の公倍数 (8個)

テーマ3 公倍数の利用

たて8cm、横10cmの長方形のタイルを、右の図のようにすきまなくしきつめて、できるだけ小さい正方形を作ります。

- (1) 1辺の長さが何cmの正方形ができますか。
(2) 長方形のタイルはいまい必要ですか。



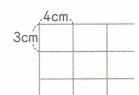
【考え方】(1) 正方形ができるのは、たての長さ×横の長さが等しいとき、つまり、1辺の長さを表す数が8と10の公倍数になるときです。最小の正方形の1辺の長さは、8と10の最小公倍数の40(cm)になります。
(2) たてにならば長方形の数は、 $40 \div 8 = 5$ 横にならば長方形の数は、 $40 \div 10 = 4$ 長方形は全部で、 $5 \times 4 = 20$ (まい) 必要です。

【答え】(1) 40cm (2) 20まい

- ⑦ たて3cm、横4cmの長方形のカードを、右の図のようにすきまなくしきつめて、できるだけ小さい正方形を作ります。

(1) 1辺の長さが何cmの正方形ができますか。

(2) 長方形のカードはいまい必要になりますか。

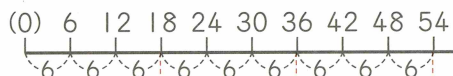


算数のコア

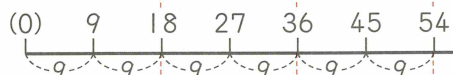
テーマ2 公倍数の見つけ方

- ① 数直線を使って、6と9の公倍数を考えると、たてに倍数がならぶところに着目します。

6の倍数



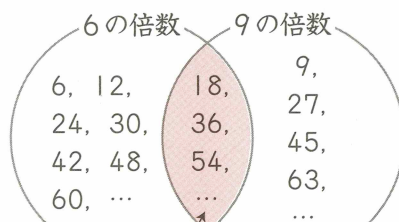
9の倍数



18の倍数



- ② 6の倍数と9の倍数をそれぞれグループと見て、どちらのグループにも含まれる倍数が6と9の公倍数になります。



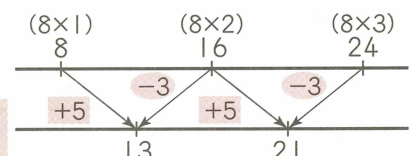
6の9の公倍数(18の倍数)

【○でわると□あまる数】

8でわると5あまる数とは、下の図から、「8の倍数より5大きい数」または「8の倍数より3小さい数」ということができます。

8の倍数

8でわると5あまる数



練習しよう

1

1 次の数の倍数を、小さいほうから順に4つ求めなさい。

- (1) 8 (8, 16, 24, 32) (2) 9 (9, 18, 27, 36)
 (3) 12 (12, 24, 36, 48) (4) 23 (23, 46, 69, 92)

2 次の□の中の数から、あてはまるものを全部選びなさい。

10 12 17 21 25 33 40 44 54 62 85 96 121 205 438 825

- (1) 6の倍数 (12, 54, 96, 438)
 (2) 11の倍数 (33, 44, 121, 825)

3 ()の中の数の公倍数を、小さいほうから順に3つ求めなさい。また、最小公倍数を求めなさい。

- (1) (3, 8) 公倍数(24, 48, 72) 公倍数(21, 42, 63)
 最小公倍数(24) 最小公倍数(21)
 (2) (7, 21)

4 1から200までの整数で、次の数は何個ありますか。

- (1) 4と7の公倍数 (7個) (2) 12と20の公倍数 (3個)

5 次の問題に答えなさい。

- (1) 9でわっても、12でわってもわりきれぬ0より大きい整数を、小さいほうから順に3つ求めなさい。 (36, 72, 108)
 (2) 3は6でわっても、14でわっても3あまる整数です。3以外に6でわっても、14でわっても3あまる整数を、小さいほうから順に3つ求めなさい。 (45, 87, 129)

6 次の問題に答えなさい。

- (1) たかしさんは階段を2だんずつ、お兄さんは3だんずつのぼります。同じ位置から階段をのぼるとすると、2人とも通るのはその位置から何だん上のところですか。小さいほうから順に3つ求めなさい。 (6だん, 12だん, 18だん)
 (2) 箱入りのクッキーがあります。このクッキーを、同じ数ずつ6人で分けても、7人で分けても、あまりなく分けられます。このクッキーは50個より少ないそうです。箱には、クッキーが何個入っていますか。 (42個)
 (3) A駅からB町行きのバスは12分おきに、A駅からC町行きのバスは18分おきに発車しています。午前9時に、B町行きのバスとC町行きのバスがA駅から同時に発車しました。次にA駅から同時に発車するのは、午前何時何分ですか。 (午前9時36分)

58

練習しよう

2

1 次の数の倍数を、小さいほうから順に4つ求めなさい。

- (1) 16 (16, 32, 48, 64) (2) 27 (27, 54, 81, 108)
 (3) 42 (42, 84, 126, 168) (4) 72 (72, 144, 216, 288)

2 次の□の中の数から、あてはまるものを全部選びなさい。

18 24 30 35 43 60 72 84 90 98 117 133 160 252 315 420

- (1) 4の倍数 (24, 60, 72, 84, 160, 252, 420)
 (2) 7の倍数 (35, 84, 98, 133, 252, 315, 420)
 (3) 15の倍数 (30, 60, 90, 315, 420)

3 ()の中の数の最小公倍数を求めなさい。

- (1) (5, 8) (40) (2) (6, 20) (60)
 (3) (2, 3, 7) (42) (4) (9, 15, 20) (180)

4 1から400までの整数で、次の数は何個ありますか。

- (1) 9と18の公倍数 (22個) (2) 16と28の公倍数 (3個)

5 次の問題に答えなさい。

- (1) 4でわっても、10でわっても3あまる2けたの整数を、全部求めなさい。 (23, 43, 63, 83)
 (2) 9でわると4あまる、12でわると7あまる整数を、小さいほうから順に3つ求めなさい。 (31, 67, 103)

6 次の問題に答えなさい。

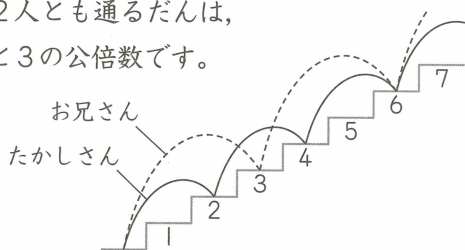
- (1) A, B 2つのライトが点滅しています。Aは15秒ごとに、Bは18秒ごとに光ります。
 ① A, B 2つのライトが光ってから、次に同時に光るまで何秒かかりますか。 (90秒)
 ② 午後3時に、AとBは同時に光りました。午後3時10分から3時15分までに、何回同時に光りますか。 (4回)
 (2) 道の両側に木が植えてあります。道の右側には桜の木が9mごとに、左側にはいちょうの木が15mごとに植えてあります。はじめの1本は、道の一方の端に向かい合って植えてあります。道の長さが280mのとき、桜の木といちょうの木が向かい合うのは、何か所ありますか。 (7か所)

59

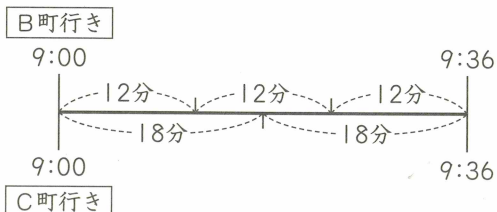
練習しよう

- 4 (1) 4と7の公倍数は28の倍数です。
 $200 \div 28 = 7$ あまり 4 なので、7個。
 (2) 12と20の公倍数は60の倍数です。
 $200 \div 60 = 3$ あまり 20 なので、3個。

- 6 (1) 2人とも通るだんは、
 2と3の公倍数です。

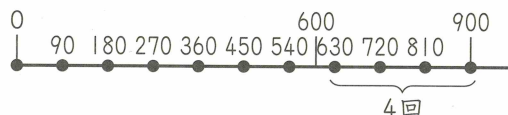


- (2) 6と7の公倍数で、50より小さい数なので、42個。
 (3) 次に同時に発車するまでの時間(分)は、12と18の最小公倍数なので、36分後の午前9時36分になります。

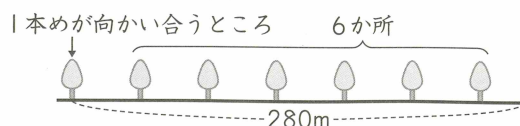


練習しよう

- 5 (2) 9でわると4あまる数は、9の倍数より5小さい数で、12でわると7あまる数は、12の倍数より5小さい数です。求める数は、9と12の公倍数より5小さい数になります。
 6 (1) ① 15と18の最小公倍数なので、90秒。
 ② 3時10分は3時の600秒後、3時15分は3時の900秒後。90秒ごとに同時に光るので、600から900までの間にある90の倍数をさがします。



- (2) 1本めから9と15の最小公倍数45の倍数の長さ(m)のところで向かい合います。
 $280 \div 45 = 6$ あまり 10 なので、1から280までの整数で、45の倍数は6個あります。



$$6 + 1 = 7 \text{ (か所)}$$

練習しよう
1

▼1 次の数の約数を、全部求めなさい。

- (1) 13 (1, 13)
 (2) 72 (1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72)
 (3) 90 (1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90)

▼2 次の問題に答えなさい。

- (1) 24をわるとわりきれられる整数を、全部求めなさい。
 (1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24)
 (2) 91をわると7あまる整数を、全部求めなさい。
 (12, 14, 21, 28, 42, 84)

▼3 ()の中の数の公約数を、全部求めなさい。また、最大公約数を求めなさい。

- (1) (15, 20) 公約数(1, 5) 最大公約数(5)
 (2) (9, 30) 公約数(1, 3) 最大公約数(3)
 (3) (16, 21) 公約数(1) 最大公約数(1)
 (4) (14, 42) 公約数(1, 2, 7, 14) 最大公約数(14)

▼4 次の問題に答えなさい。

- (1) 48をわっても、80をわってもわりきれない
 いちばん大きい整数を求めなさい。 (16)
 (2) 83をわると8あまり、96をわると6あまる
 整数を求めなさい。 (15)

▼5 次の問題に答えなさい。

- (1) みかんが24個、いちごが30個あります。あまりがでないように2人以上の何人かの子どもにそれぞれ等分しようと思います。
 ① 子どもの数が何人のときに等分できますか。
 (2人, 3人, 6人)
 ② できるだけ多くの子どもに等分するとき、1人分の数はそれぞれ何個になりますか。
 みかん(4個) いちご(5個)
 (2) 56cmの青いテープと84cmの赤いテープがあります。この2種類のテープを切って、できるだけ長い同じ長さのテープに分け、テープのあまりがでないようにします。
 ① 何cmの長さのテープに切り分ければよいですか。 (28cm)
 ② テープは合計で何本できますか。 (5本)

62

練習しよう
2

▼1 次の数の約数を、全部求めなさい。

- (1) 63 (1, 3, 7, 9, 21, 63)
 (2) 108 (1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 27, 36, 54, 108)

▼2 次の問題に答えなさい。

- (1) 70をわるとわりきれられる整数を、全部求めなさい。
 (1, 2, 5, 7, 10, 14, 35, 70)
 (2) 53をわると5あまる整数を、全部求めなさい。
 (6, 8, 12, 16, 24, 48)
 (3) 86をわると6あまる整数を、全部求めなさい。
 (8, 10, 16, 20, 40, 80)

▼3 ()の中の数の最大公約数を求めなさい。

- (1) (42, 56) (14) (2) (64, 160) (32)

▼4 次の問題に答えなさい。

- (1) 42をわっても、98をわってもわりきれない
 いちばん大きい整数を求めなさい。 (14)
 (2) 54をわっても、126をわってもわりきれない
 いちばん大きい整数を求めなさい。 (18)
 (3) 55をわっても、71をわっても7あまる整数を、
 全部求めなさい。 (8, 16)
 (4) 75をわると3あまり、100をわると
 4あまる整数を、全部求めなさい。 (6, 8, 12, 24)

▼5 次の問題に答えなさい。

- (1) たて35m、横42mの長方形の形をした土地があります。この土地のまわりに、できるだけ間かくがくように等間かくてくいを打ち、長方形の頂点にあたるには、必ずくいをうつものとしなさい。
 ① 何mの間かくてくいを打てばよいですか。 (7m)
 ② くいは何本必要になりますか。 (22本)
 (2) ノート45さつとえん筆63本があります。これをそれぞれ同じ数ずつ、できるだけ多くの人にあまりがでないように分けたいと思います。
 ① 何人に分ければよいですか。 (9人)
 ② 1人分のノートとえん筆の数を、それぞれ求めなさい。 ノート(5さつ) えん筆(7本)

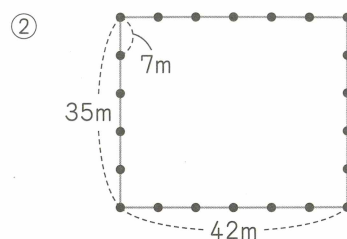
63

- ▼練習しよう1
 2 (2) 91をわると7あまる数は、 $84(=91-7)$ の約数のうち、7より大きい数なので、84の約数…1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42, 84

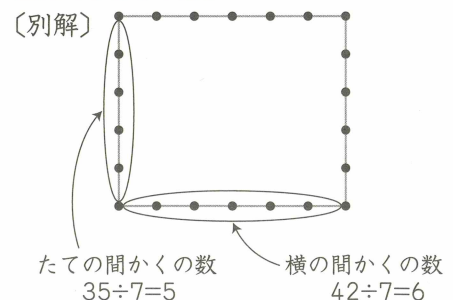
- 4 (1) 48と80の最大公約数を求めます。
 (2) 83をわると8あまる数は、 $75(=83-8)$ の約数のうち、8より大きい数であり、96をわると6あまる数は、 $90(=96-6)$ の約数のうち、6より大きい数です。求める数は、75と90の公約数のうち、6より大きい数なので、75と90の公約数…1, 3, 5, 15

- 5 (1)① 子どもの人数は、2以上の24と30の公約数のときに等分できます。
 ② 6人に分けるときなので、
 みかん… $24 \div 6 = 4$ (個)
 いちご… $30 \div 6 = 5$ (個)
 (2)① 切る長さは、56と84の最大公約数です。
 ② 青いテープ… $56 \div 28 = 2$ (本)
 赤いテープ… $84 \div 28 = 3$ (本)
 合計で、 $2+3=5$ (本)

- ▼練習しよう2
 4 (3) $48(=55-7)$ と $64(=71-7)$ の公約数のうち、7より大きい数を求めます。
 5 (1)① 求める長さは、35と42の最大公約数です。



間かくの数とくいの数は同じだから、
 $(35+42) \times 2 \div 7 = 22$ (本)
 土地のまわりの長さ



$$(5+6) \times 2 = 22 \text{ (本)}$$