

1章 式の展開と因数分解

② 因数分解

▶チェック問題 → P25

学習の基本 ① 素数と素因数分解

問題 90を素因数分解せよ。

素数とは、2, 3, 5, 7, ……のように、1とその数のほかに約数がない自然数である。ただし、1は素数ではない。
右のように、90を素数で順にわっていき、その素因数の積をつくる。

小さい素数から順にわっていく。

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 90} \\ 3 \overline{) 45} \\ 3 \overline{) 15} \\ 5 \end{array}$$

答 $2 \times 3^2 \times 5$

⇒同じ数の積は、指数を使って表そう。

1 次の数を素因数分解せよ。

□(1) 27

□(2) 48

□(3) 75

□(4) 216

□(5) 315

□(6) 550

□(7) 882

□(8) 936

学習の基本 ② 素因数分解の利用

問題 108にできるだけ小さい自然数をかけて、その結果をある自然数の平方にしたい。どんな数をかければよいか。また、その結果はどんな自然数の平方になるか。

素 $108 = 2^2 \times 3^3 = (2 \times 3)^2 \times 3$ したがって、3をかければ、 $108 \times 3 = 2^2 \times 3^4 = (2 \times 3^2)^2 = 18^2$

答 3をかけると、18の平方になる。

⇒素因数分解して、指数が奇数になる素因数に着目しよう。

2 次の問いに答えよ。

□(1) 18にできるだけ小さい自然数をかけて、その結果をある自然数の平方にしたい。どんな数をかければよいか。また、その結果はどんな自然数の平方になるか。

□(2) 56にできるだけ小さい自然数をかけて、その結果をある自然数の平方にしたい。どんな数をかければよいか。また、その結果はどんな自然数の平方になるか。

★ □(3) 180をできるだけ小さい自然数でわって、商がある自然数の平方になるようにしたい。どんな数でわればよいか。また、その結果はどんな自然数の平方になるか。

学習の基本 ③ 共通因数でくくる

① 多項式をいくつかの因数の積の形で表すことを、その多項式を因数分解するという。

② 多項式の各項が同じ因数をふくむとき、その因数を共通因数という。

展開 $\longleftrightarrow$ 因数分解(1) $ax+bx$ の因数分解 x は各項に共通な因数だから、

$$ax+bx=x(a+b)$$

(2) $15xy-5y^2+25yz$ の因数分解

$$15xy=5y \times 3x, \quad -5y^2=5y \times (-y), \quad 25yz=5y \times 5z$$

だから、

$$15xy-5y^2+25yz=5y(3x-y+5z)$$

 $\Rightarrow$ 式全体の共通因数をすべてかっこの前にくり出そう。

3 次の式を因数分解せよ。

☐ (1) $ab-8b$

☐ (2) $xy-xz$

☐ (3) $3ax+2ay$

☐ (4) $9x+xy$

☐ (5) $6t^2+t$

☐ (6) x^2+5x

☐ (7) $2y^2+5y$

☐ (8) a^2+ab

☐ (9) m^2-mn

4 次の式を因数分解せよ。

☐ (1) $5pq+5qr$

☐ (2) $4xy-6xz$

☐ (3) $3ay-9a$

☐ (4) $8xy+2xz$

☐ (5) $7x^2-7x$

☐ (6) $2a^3+4a$

☐ (7) $16xy-10y^2$

☐ (8) $3m+6m^2n$

☐ (9) $3x^2y-15xy^2$

☐ (10) $axy+2bxy$

☐ (11) $8a^2b-12ab^2$

☐ (12) $18x^2y-42xyz$

5 次の式を因数分解せよ。

☐ (1) $ax+ay-az$

☐ (2) $9ax+6bx-12cx$

☐ (3) $2ac+4bc+8c^2$

☐ (4) $7t^3-14t^2+14t$

☐ (5) $3a^2m+15am-21m$

☐ (6) $5p^2q-15pq^2+20pq$

★ ☐ (7) $24a^2b-3abc-16ab^2$

★ ☐ (8) $x^3y+12x^2y^2+xy^3$

学習の基本 ⑤ $x^2+2ax+a^2$, $x^2-2ax+a^2$ の因数分解

〔因数分解の公式2〕 $x^2+2ax+a^2=(x+a)^2$

公式2を「 $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$ 」,

〔因数分解の公式3〕 $x^2-2ax+a^2=(x-a)^2$

公式3を「 $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$ 」と表す教科書もあります。

(1) $x^2+12x+36$ の因数分解

$12=2 \times 6$, $36=6^2$ であるから,

$$\begin{aligned} & x^2+12x+36 \\ &= x^2+2 \times 6 \times x+6^2 \\ &= (x+6)^2 \end{aligned}$$

(2) $25a^2-20ab+4b^2$ の因数分解

$25a^2=(5a)^2$, $-20ab=-2 \times 2b \times 5a$, $4b^2=(2b)^2$ であるから,

$$\begin{aligned} & 25a^2-20ab+4b^2 \\ &= (5a)^2-2 \times 2b \times 5a+(2b)^2 \\ &= (5a-2b)^2 \end{aligned}$$

⇒数や式の2乗になっている項が2つあるかを調べよう。

9 次の式を因数分解せよ。

□(1) x^2+6x+9

□(2) x^2+2x+1

□(3) x^2+4x+4

□(4) $x^2+18x+81$

□(5) $a^2+14a+49$

□(6) $a^2+20a+100$

10 次の式を因数分解せよ。

□(1) x^2-4x+4

□(2) $x^2-16x+64$

□(3) $x^2-40x+400$

□(4) $x^2-8x+16$

□(5) $a^2-24a+144$

□(6) $a^2-10a+25$

11 次の式を因数分解せよ。

□(1) $49x^2+14x+1$

□(2) $36a^2-12a+1$

□(3) $4x^2-20x+25$

□(4) $9a^2+12a+4$

□(5) $64x^2+48x+9$

□(6) $16y^2-72y+81$

12 次の式を因数分解せよ。

□(1) $x^2+8xy+16y^2$

□(2) $a^2-18ab+81b^2$

□(3) $x^2+16xy+64y^2$

□(4) $9a^2-42ab+49b^2$

□(5) $25x^2+60xy+36y^2$

□(6) $4x^2y^2-12xy+9$

*** 13** 次の式を因数分解せよ。

□(1) $x^2+3x+\frac{9}{4}$

□(2) $a^2-\frac{3}{2}a+\frac{9}{16}$

□(3) $\frac{1}{9}x^2+4x+36$

□(4) $x^2+\frac{2}{5}xy+\frac{1}{25}y^2$

□(5) $4x^2-\frac{4}{3}xy+\frac{1}{9}y^2$

□(6) $\frac{9}{16}a^2-\frac{3}{2}ab+b^2$

学習の基本 ④ $x^2+(a+b)x+ab$ の因数分解(因数分解の公式1) $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$ (1) $x^2+5x-14$ の因数分解積が -14 、和が 5 になる2つの数は、
 -2 と 7 である。

$$\begin{aligned} & x^2+5x-14 \\ &= x^2+ \{(-2)+7\}x+(-2) \times 7 \\ &= (x-2)(x+7) \end{aligned}$$

(2) $a^2-11ab+30b^2$ の因数分解積が $30b^2$ 、和が $-11b$ になる2つの式は、
 $-5b$ と $-6b$ である。

$$\begin{aligned} & a^2-11ab+30b^2 \\ &= a^2+ \{(-5b)+(-6b)\}a+(-5b) \times (-6b) \\ &= (a-5b)(a-6b) \end{aligned}$$

⇒積 ab が正のときは2数 a, b を同符号に、負のときは異符号にしよう。

6 次の式を因数分解せよ。

□(1) x^2+4x+3

□(2) $x^2+7x+10$

□(3) $x^2+10x+21$

□(4) a^2+6a+8

□(5) $a^2+9a+18$

□(6) $b^2+13b+36$

□(7) x^2-3x+2

□(8) $x^2-9x+14$

□(9) $x^2-7x+12$

□(10) $a^2-10a+16$

□(11) $a^2-12a+20$

□(12) $p^2-14p+48$

7 次の式を因数分解せよ。

□(1) $x^2+2x-15$

□(2) x^2+6x-7

□(3) $x^2+4x-12$

□(4) x^2-x-6

□(5) $x^2-3x-40$

□(6) $x^2-2x-24$

□(7) $a^2+8a-20$

□(8) $x^2+3x-28$

□(9) y^2-7y-8

□(10) m^2-m-20

□(11) $x^2+6x-27$

□(12) $a^2-5a-84$

8 次の式を因数分解せよ。

□(1) $x^2+13xy+30y^2$

□(2) $x^2+5xy-24y^2$

□(3) $x^2-8ax+15a^2$

□(4) $a^2-3ab-18b^2$

□(5) $a^2-16ab+28b^2$

□(6) $p^2+pq-42q^2$

□(7) $m^2-8mn+12n^2$

□(8) $x^2+2xy-35y^2$

□(9) $a^2-11ab+18b^2$