

(7) 図形への利用

(例題1) 縦が x m、横が y m の長方形の土地の周りに、幅 a m の道がある。この道の面積を

S m²、道の真ん中を通る線の長さを l m とするとき、 $S = al$ となることを証明せよ。

[証明] 道の面積 S を a, x, y を使って表すと、

$$\begin{aligned}
 S &= \underline{(x+2a)(y+2a) - xy} \\
 &= \underline{xy + 2ax + 2ay + 4a^2 - xy} \\
 &= \underline{2ax + 2ay + 4a^2} \\
 &= \underline{2a(x+y+2a)} \dots \textcircled{1}
 \end{aligned}$$

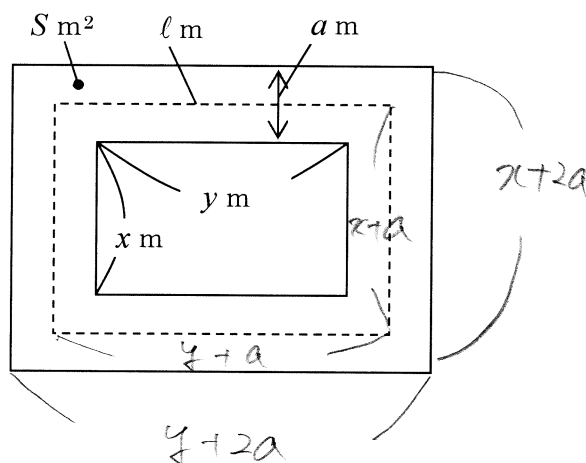
l を a, x, y を使って表すと、

$$\begin{aligned}
 l &= \underline{2(x+a) + 2(y+a)} \\
 &= \underline{2x + 2a + 2y + 2a} \\
 &= \underline{2x + 2y + 4a} \\
 &= \underline{2(x+y+2a)}
 \end{aligned}$$

したがって、(両辺に a をかけると)

$$al = \underline{2a(x+y+2a)} \dots \textcircled{2}$$

①, ②より $\underline{S = al}$



$S = al$ の証明はこのパターンをしっかりと覚えておく。(a に数字が入ることもある。)

(例題2) 半径が r m の半円の芝生の周りに、幅 h m の花壇がある。この花壇の面積を S m²、
花壇の真ん中を通る線の長さを l m とするとき、 $S = hl$ となることを証明せよ。

[証明] 道の面積 S を r, h を使って表すと、

$$\begin{aligned}
 S &= \frac{\pi(r+h)^2 \times \frac{1}{2}}{2} - \frac{\pi r^2 \times \frac{1}{2}}{2} \\
 &= \frac{\frac{1}{2}\pi(r^2 + 2hr + h^2) - \frac{1}{2}\pi r^2}{2} \\
 &= \frac{\frac{1}{2}\pi r^2 + \pi hr + \frac{1}{2}\pi h^2 - \frac{1}{2}\pi r^2}{2} \\
 &= \frac{\pi hr + \frac{1}{2}\pi h^2}{2} \\
 &= \pi h \left(r + \frac{1}{2}h \right) \quad \dots \textcircled{1}
 \end{aligned}$$

l を r, h を使って表すと、

$$\begin{aligned}
 l &= \frac{2\pi \left(r + \frac{1}{2}h \right) \times \frac{1}{2}}{2} \\
 &= \pi \left(r + \frac{1}{2}h \right)
 \end{aligned}$$

したがって、(両辺に h をかけると)

$$hl = \pi h \left(r + \frac{1}{2}h \right) \quad \dots \textcircled{2}$$

①, ②より $S = hl$

