

(5) 次の計算への利用。(計算の工夫)

(例1) 工夫して次の計算をなさい。(乗法公式の利用)

(1) 202^2

$$\begin{aligned} &= (200+2)^2 \\ &= 200^2 + 2 \times 2 \times 200 + 2^2 \\ &= 40000 + 800 + 4 \\ &= \underline{40804} \end{aligned}$$

(2) 9.8^2

$$\begin{aligned} &= (10-0.2)^2 \\ &= 10^2 + 2 \times (-0.2) \times 10 + 0.2^2 \\ &= 100 - 4 + 0.04 \\ &= \underline{96.04} \end{aligned}$$

(3) 72×68

$$\begin{aligned} &= (70+2) \times (70-2) \\ &= 70^2 - 2^2 \\ &= 4900 - 4 \\ &= \underline{4896} \end{aligned}$$

(4) 102×105

$$\begin{aligned} &= (100+2) \times (100+5) \\ &= 100^2 + (2+5) \times 100 + 2 \times 5 \\ &= 10000 + 700 + 10 \\ &= \underline{10710} \end{aligned}$$

(例2) 工夫して次の計算をなさい。(因数分解の利用)

(1) $128^2 - 28^2$

$$\begin{aligned} &= (128+28) \times (128-28) \\ &= 156 \times 100 \\ &= \underline{15600} \end{aligned}$$

(2) $14.3^2 - 5.7^2$

$$\begin{aligned} &= (14.3+5.7) \times (14.3-5.7) \\ &= 20 \times 8.6 \\ &= \underline{172} \end{aligned}$$

(3) $86^2 + 86 \times \overset{2 \times 14}{28} + 14^2$

$$\begin{aligned} &= (86+14)^2 \\ &= 100^2 \\ &= \underline{10000} \end{aligned}$$

(4) $218^2 - 36 \times \overset{2 \times 18}{218} + 18^2$

$$\begin{aligned} &= (218-18)^2 \\ &= 200^2 \\ &= \underline{40000} \end{aligned}$$

(5) $\overset{7 \times 2}{56^2} - 2 \times \overset{7}{56} - 24$

$$\begin{aligned} &= (56+4) \times (56-6) \quad \left[\begin{array}{l} \text{乗法公式} \\ \text{①の逆} \end{array} \right] \\ &= 60 \times 50 \\ &= \underline{3000} \end{aligned}$$

(6) $4 \times 67^2 - 42^2 \times 4$

$$\begin{aligned} &= 4 \times (67^2 - 42^2) \\ &= 4 \times (67+42) \times (67-42) \\ &= 4 \times 109 \times 25 \\ &= 109 \times 100 = \underline{10900} \end{aligned}$$

(6) 式による証明

①「 $\bigcirc$ の倍数」($\bigcirc$ で割り切れる)の証明 $\Rightarrow \underline{\bigcirc(\quad)}$ の形にする。($\bigcirc$ でくくる)

②「 $\bigcirc\bigcirc$ と等しい」 $\Rightarrow \underline{\bigcirc\bigcirc}$ の形にする。(展開 or 因数分解)

③「 $\bigcirc$ で割って余りが Δ 」 $\Rightarrow \underline{\bigcirc(\quad) + \Delta}$ ←余りを先に出して、 $\bigcirc$ でくくる。

<注意>・使う文字を決め「~を整数とする」と必ずかく。

・「連続する~」のときは文字が1つ。

(例1) 奇数の平方から1をひいた数は4の倍数であることを証明せよ。

① n を整数 とする。 ②奇数は $2n+1$ と表される。

$$\begin{aligned}\textcircled{3} \quad (2n+1)^2 - 1 &= 4n^2 + 4n + 1 - 1 \\ &= 4n^2 + 4n \\ &= 4(n^2 + n)\end{aligned}$$

④ $n^2 + n$ は整数 だから $4(n^2 + n)$ は4の倍数を表している。よって、奇数の平方から1をひいた数は4の倍数である。

(例題2) 連続する3つの奇数では、最大の数と最小の数の積に4をたすと、真ん中の数の平方に等しくなることを証明せよ。

① n を整数 とする。 ←「連続する~」だから文字は1つ!!

②連続する3つの奇数は $2n+1$, $2n+3$, $2n+5$ と表される。

$$\begin{aligned}\textcircled{3} \quad (2n+5)(2n+1) + 4 &= 4n^2 + 12n + 5 + 4 \\ &= 4n^2 + 12n + 9 \\ &= (2n+3)^2\end{aligned}$$

④ $(2n+3)^2$ は真ん中の数の平方 を表している。

よって、連続する3つの奇数では、最大の数と最小の数の積に4をたすと、真ん中の数の平方に等しくなる。