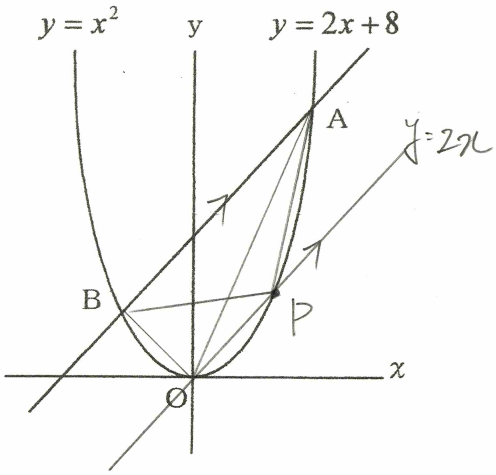
（例題8）＜等積変形＞⇒ 平行線の利用

右の図のように、関数 $y=x^2$ と1次関数 $y=2x+8$ のグラフの交点をA，Bとする。$y=x^2$ のグラフのOとAの間で△AOB＝△APBとなるような点Pの座標を求めよ。



△AOB ＝ △APB ←ABが共通な底辺！

Oを通ってABに平行な直線と放物線の交点がP

$\begin{cases} y=2x \\ y=x^2 \end{cases}$

$x^2=2x$

$x^2-2x=0$

$x(x-2)=0$

$x=0,\ 2$ ～ P_x

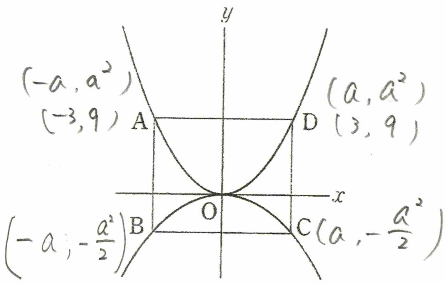
$x=2$ を $y=x^2$ に代入

$y=2^2=4$

$P(2,4)$

（例題9）＜線分の長さと四角形＞

右の図のように関数 $y=x^2$，$y=-\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフ上に4点A，B，C，DをAD、BCが x 軸と平行になるようにとる。次の問いに答えよ。ただし点Aの x 座標は負とする。



（1）点Aの x 座標が－3のとき、点Cの座標を求めよ。

$A(-3,9) \longrightarrow D(3,9) \longrightarrow C\left(3,-\dfrac{9}{2}\right)$

（2）点Dの x 座標を a とするとき、点Bの座標を a で表せ。

$D(a,a^2) \longrightarrow A(-a,a^2) \longrightarrow B\left(-a,-\dfrac{a^2}{2}\right)$

（3）DC，DAの長さを a で表せ。

縦 $DC=\underbrace{a^2-\left(-\dfrac{a^2}{2}\right)}_{上_y-下_y}=a^2+\left(+\dfrac{a^2}{2}\right)=\dfrac{3}{2}a^2$

横 $DA=\underbrace{a-(-a)}_{右_x-左_x}=a+(+a)=2a$

（4）四角形ABCDが正方形になるとき、点Dの座標を求めよ。

正方形 → 縦＝横　$\dfrac{3}{2}a^2=2a$

$3a^2=4a$

$3a^2-4a=0$

$a(3a-4)$

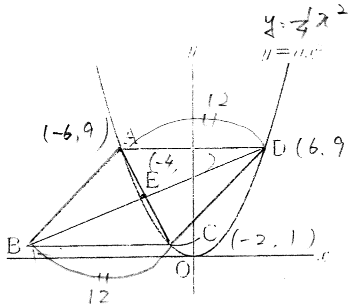
$a=0,\ \dfrac{4}{3}$ ～ D_x

$y=x^2$ に代入

$y=\left(\dfrac{4}{3}\right)^2=\dfrac{16}{9}$

$D\left(\dfrac{4}{3},\dfrac{16}{9}\right)$

（例題10）＜関数と平行四辺形＞



右の図で四角形 ABCD は平行四辺形、辺 AD は x 軸に平行、A,C, D は関数 $y=ax^2$ のグラフ上の点、E は対角線 AC と BD の交点である。また点 C の座標は（－２，１）で、点 E の x 座標は－４である。次の問いに答えよ。

（1）a の値を求めよ。

C(−2, 1) を $y=ax^2$ に代入　$1=4a$　$a=\frac{1}{4}$　$y=\frac{1}{4}x^2$

（2）点 A, 点 B の座標を求めよ。

EはACの中点
$E_x=-4$より
$\frac{A_x+(-2)}{2}=-4$

$A_x-2=-8$
$A_x=-6$
$y=\frac{1}{4}x^2$に代入 $y=\frac{1}{4}\times36=9$
A(−6, 9)

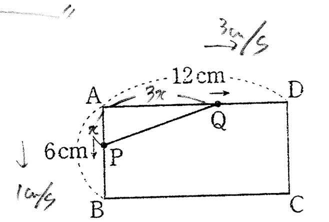
$AD=$ 右x－左x $6-(-6)=12$
$BC=AD=12$
$B_x=C_x-12$ ←(Bから左へ12)
$=-2-12$
$=-14$
B(−14, 1)

（3）原点を通り、平行四辺形を二等分する直線を求めなさい。

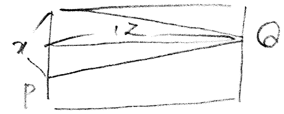
↳対角線の交点を通る直線

$E_y=\frac{9+1}{2}=5$
E(−4, 5)
原点を通る直線 $y=ax$ に代入
$5=-4a$　$a=-\frac{5}{4}$　$y=-\frac{5}{4}x$

（例題11）＜関数と点の移動＞



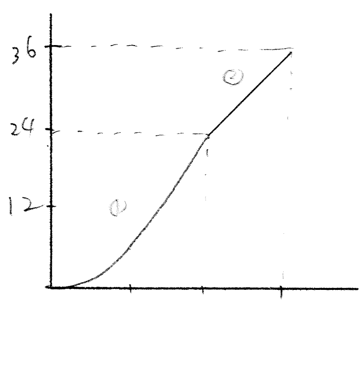
AB＝6cm、AD＝12cmの長方形ABCDがある。点Pは辺AB上を毎秒1cmの速さでAからBまで動き、点Qは辺AD上を毎秒3cmの速さでAからCまで動く。このとき、2点P, Qが同時に出発してからx秒後の△APQの面積をy cm²とする。次の問いに答よ。



（1）点Qが次の辺上にあるとき、それぞれ y を x の式で表せ。
　また、x の変域も答えよ。

①辺AD上（$0\leqq x\leqq4$）
$y=x\times3x\times\frac{1}{2}$
$y=\frac{3}{2}x^2$
（$0\leqq y\leqq24$）

②辺DC上（$4\leqq x\leqq6$）
$y=x\times12\times\frac{1}{2}$
$y=6x$
（$24\leqq y\leqq36$）



（2）△APQが次の面積となるのはそれぞれ出発してから何秒後か。

①6cm²（$0\leqq y\leqq24$より）
$y=\frac{3}{2}x^2$に代入
$6=\frac{3}{2}x^2$
$x^2=6\times\frac{2}{3}$
$x^2=4$
$x=\pm2$
$x>0$より
$x=2$
A 2秒後

②30cm²（$24\leqq y\leqq30$より）
$y=6x$ に代入
$30=6x$
$x=5$
A 5秒後