

(4) 変域... ☆ 必ず グラフ を書いて確認する! 頂点 に注目!!

区間 $a \leq x \leq b$ のにおける、最大値=M, 最小値=m

(i) $a > 0$ のとき

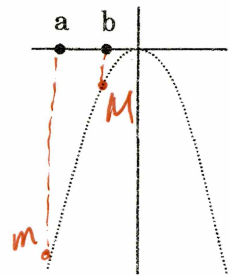
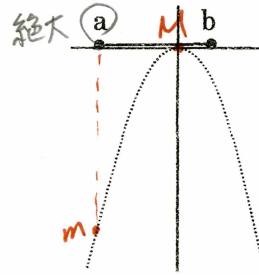
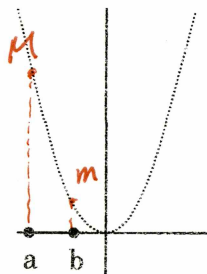
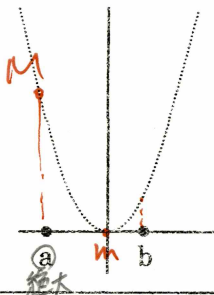
(ii) $a < 0$ のとき

・頂点を 含む

・頂点を 含まない

・頂点を 含む

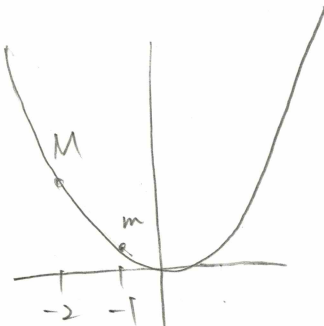
・頂点を 含まない



(例題5) 関数 $y = x^2$ について、 y の変域を求めよ。

① x の変域が $-2 \leq x \leq -1$ のとき

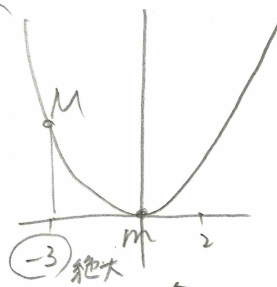
② x の変域が $-3 \leq x \leq 2$ のとき



$$\begin{aligned} x &= -2 \text{ を代入} \\ y &= (-2)^2 \\ &= 4 \\ x &= -1 \text{ を代入} \\ y &= (-1)^2 \\ &= 1 \end{aligned}$$

頂点を 含まない

$$1 \leq y \leq 4$$

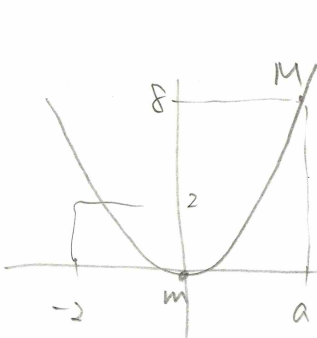


$$\begin{aligned} \text{頂点含む } a > 0 \\ m &= 0 \\ x &= -3 \text{ を代入} \\ y &= (-3)^2 \\ &= 9 \\ 0 \leq y &\leq 9 \end{aligned}$$

頂点を 含む

(例題6) 関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ について、 $-2 \leq x \leq a$ の範囲で変化するとき、 y の変域が

$b \leq y \leq 8$ となる。このとき、 a, b の値を求めよ。



$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x^2 \text{ に} \\ x &= -2 \text{ を代入} \end{aligned}$$

$$y = \frac{1}{2} \times (-2)^2$$

$$y = 2 \leftarrow M \text{ となる}$$

$$x = a \text{ かつ } y = 8 \text{ となる}$$

$$y = 8 \text{ を代入 頂点含むから}$$

$$8 = \frac{1}{2}x^2$$

$$16 = x^2$$

$$x = \pm 4$$

$$x > 0$$

$$x = 4$$

$$m = 0$$

$$A \begin{cases} a = 4 \\ b = 0 \end{cases}$$

(5) 直線との交点

☆ $y = ax^2$ と $y = bx + c$ の交点の座標の求め方

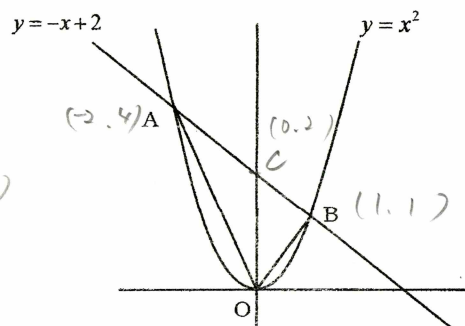
① $ax^2 = bx + c$ を解いて x 座標 を求める。

② どちらかの式に代入して y 座標 を求める。

(例題7) 直線 $y = -x + 2$ と放物線 $y = x^2$ の交点を A, B とする。次の問いに答えよ。

(1) 点 A, 点 B の座標を求めよ。

$$\begin{aligned} \begin{cases} y = x^2 \\ y = -x + 2 \end{cases} & \quad y = x^2 \text{ に } x = -2 \text{ を代入} \\ y = (-2)^2 & \\ y = 4 & \quad \underline{A(-2, 4)} \\ x^2 = -x + 2 & \\ x^2 + x - 2 = 0 & \\ (x-1)(x+2) = 0 & \quad y = x^2 \text{ に } x = 1 \text{ を代入} \\ x = 1, -2 & \quad y = 1^2 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad y = 1 & \quad \underline{B(1, 1)} \end{aligned}$$



(2) 三角形 AOB の面積を求めよ。 AB と y 軸 との交点を C とする

$$\triangle AOB = \triangle AOC + \triangle BOC$$

$$= 2 \times 2 \times \frac{1}{2} + 2 \times 1 \times \frac{1}{2}$$

$$= 2 + 1 = 3$$

A. 3

(3) 点 B を通り $\triangle AOB$ を二等分する直線の式を求めよ。

↳ 対辺 AO の中点

AO の中点 M とする

$$M\left(\frac{-2+0}{2}, \frac{4+0}{2}\right)$$

$$M(-1, 2)$$

$$B(1, 1) M(-1, 2) \text{ を } y = ax + b \text{ に代入}$$

$$\begin{cases} 1 = a + b \quad \dots \textcircled{1} \\ 2 = -a + b \quad \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} + \textcircled{2} \text{ より } 3 &= 2b \\ b &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} - \textcircled{2} \text{ より } -1 &= 2a \\ a &= -\frac{1}{2} \\ \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = \frac{3}{2} \end{cases} & \quad \underline{y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}} \end{aligned}$$