

(例題8) [図形に関する問題]

☆ 長さを x で表し、図に書き込む!!

縦20m、横34mの畑がある。これに、図のように縦と横に同じ幅の道を作ったら残りの面積が 576m^2 になった。この道幅を求めよ。

道幅を $x\text{m}$ とする

←単位をつける!

$$(20-x)(34-x) = 576$$

$$680 - 20x - 34x + x^2 = 576$$

$$x^2 - 54x + 104 = 0$$

$$(x-2)(x-52) = 0$$

$$x = 2, 52$$

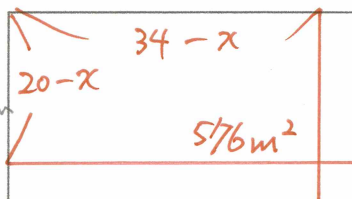
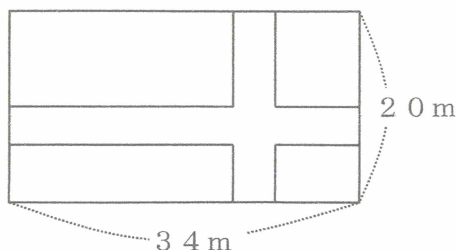
$$\begin{cases} 20-x=0 \\ x=20 \text{ ①} \\ 34-x=0 \\ x=34 \end{cases}$$

$$0 < x < 20 \text{ より}$$

$x=2$ は問題に合う

$x=52$ は問題に合わない

A. 2m



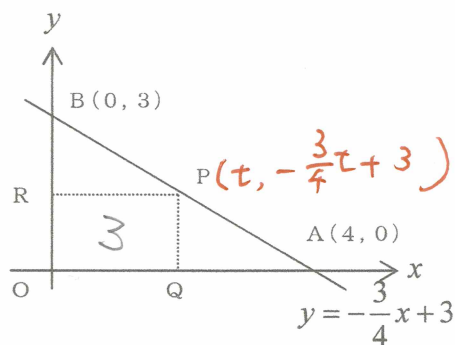
(例題9) [グラフに関する問題]

☆ 座標を t で表す

A(4, 0)、B(0, 3)を通る直線AB

上の1点Pからx軸、y軸にそれぞれ

垂線PQ、PRを引く。長方形OQPRの面積が3のときPの座標を求めよ。



点Pの座標を t とする

$$P(t, -\frac{3}{4}t + 3)$$

(縦 = 上y - 下y)

$$PQ = -\frac{3}{4}t + 3 - 0 = -\frac{3}{4}t + 3$$

(横 = 右x - 左x)

$$PR = t - 0 = t$$

$$OQPR = 3$$

$$(-\frac{3}{4}t + 3) \times t = 3$$

$$-\frac{3}{4}t^2 + 3t = 3$$

$$-\frac{3}{4}t^2 + 3t - 3 = 0$$

$$-3t^2 + 12t - 12 = 0$$

$$t^2 - 4t + 4 = 0$$

$$(t-2)^2 = 0$$

$$t = 2 \text{ (P only)}$$

$$\begin{aligned} P_y &= -\frac{3}{4}t + 3 \text{ に代入} \\ &= -\frac{3}{4} \times 2 + 3 \\ &= -\frac{3}{2} + \frac{6}{2} \\ &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$A. P(2, \frac{3}{2})$$

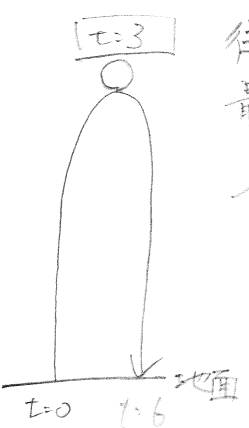
(例題 10) [関数の問題]

ボールを 30 (m/秒) の速さで、真上に投げ上げるとき、投げ上げてから t 秒後のボール高さを h (m) とすると、 $h = 30t - 5t^2$ の関係が成り立つ。

- (1) 地面に落ちて来るのは何秒後か。 (2) 一番高いときの高さを求めよ。

$h=0$
 $h = 30t - 5t^2$ に $h=0$ を代入
 $0 = 30t - 5t^2$
 $5t^2 - 30t = 0$
 $t^2 - 6t = 0$
 $t(t-6) = 0$
 $t = 0, 6$
 ↑
 投げ前 A. 6秒後

$t=3$
 往復で 6秒だから
 最高点に到達する t は
 $t = 3$ 秒
 $h = 30t - 5t^2$ に $t=3$ を代入
 $= 30 \times 3 - 5 \times 3^2$
 $= 90 - 45$
 $= 45$
 A. 45m



(例 11) [規則性の問題]

数字が右の図のように規則的にならんでいる。

次の問いに答えよ。

- (1) 6 段目の一番左と一番右の数字を答えよ。

6 段目左 = 5 段目右 + 1, $5^2 + 1 = 26$

6 段目右 = $6^2 = 36$

$26 + 36 = 62$

- (2) n 段目の一番左と一番右の数をたしたら 222

となるときの n の値を求めよ。

n 段目左 = $(n-1)$ 段目右 + 1

$= (n-1)^2 + 1$

$= n^2 - 2n + 1 + 1$

$= n^2 - 2n + 2$

n 段目右 = n^2

1 段目			1				
2 段目			2	3	4		
3 段目		5	6	7	8	9	
4 段目	10	11	12	13	14	15	16

$\vdots$
 $\vdots$
 $\vdots$
 $n-1$ 段
 n 段
 $\boxed{}$
 $n(n-1)^2 + 1$

$(n-1)^2$
 n^2

+1

$n^2 - 2n + 2 + n^2 = 222$

$2n^2 - 2n - 220 = 0$

$n^2 - n - 110 = 0$

$(n+10)(n-11) = 0$

n は自然数だから $n = -10, 11$
 $n = -10$ は問題に合わない
 $n = 11$ は問題に合う

A. $n = 11$

<練習問題>規則性

[問1] 自然数がある規則に従って右のように並んでいる。

例えば、4列目で1行目の数は10であり、1列目で4行目の数は16である。これについて、次の問いに答えなさい。

(1) 7列目で1行目の数と1列目で7行目の数の和を求めなさい。

$$1 \text{ 列目 } 7 \text{ 行目 } 7^2 = 49$$

$$7 \text{ 列目 } 1 \text{ 行目 } = (1 \text{ 列目 } 6 \text{ 行目}) + 1 \\ = 6^2 + 1 = 36 + 1 = 37$$

(2) n列目で1行目の数と1列目でn行目の数の和が422になるときのnの値を求めなさい。

$$1 \text{ 列目 } n \text{ 行目 } n^2$$

$$n \text{ 列目 } 1 \text{ 行目 } = (1 \text{ 列目 } n-1 \text{ 行目}) + 1 \\ = (n-1)^2 + 1 \\ = n^2 - 2n + 1 + 1 \\ = n^2 - 2n + 2$$

$$n^2 + n^2 - 2n + 2 = 422$$

nは自然数より

$$2n^2 - 2n - 420 = 0$$

n = -14 は不適

$$n^2 - n - 210 = 0$$

よって n = 15

$$(n-15)(n+14) = 0$$

$$n = -14, 15$$

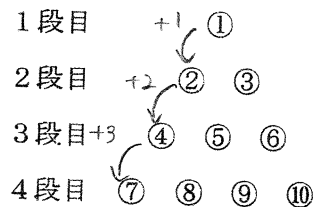
A, n = 15

[問2] 右の図のように、○を1段目に1個、2段目に2個、3段目に3個・・・というように並べ、○の中に自然数を順に並べていく。このとき、次の問いに答えよ。

(1) 8段目の左端の○の中に入る数を求めなさい。

$$8 \text{ の左 } = 1 + (1 \sim 7 \text{ の和})$$

$$= 1 + \frac{1}{2} \times 7 \times (7+1) = 1 + 28 = 29$$



$$\textcircled{1} \quad 1 \sim 10 \text{ の総和} \\ \frac{1}{2} N(N+1)$$

(2) n段目の左端の○の中の数が211となるときの、nの値を求めよ。

$$n \text{ の左 } = 1 + (1 \sim n-1 \text{ の和}) \quad \frac{1}{2} N(N+1) \text{ に } N = n-1 \text{ を代入}$$

$$= 1 + \frac{1}{2} (n-1)(n-1+1)$$

$$\frac{1}{2} n^2 - \frac{1}{2} n + 1 = 211$$

nは自然数より

$$= 1 + \frac{1}{2} n(n-1)$$

n = -20 は不適

$$= \frac{1}{2} n^2 - \frac{1}{2} n + 1$$

$$\frac{1}{2} n^2 - \frac{1}{2} n - 210 = 0$$

よって n = 21

$$n^2 - n - 420 = 0$$

$$(n-21)(n+20) = 0$$

$$n = -20, 21$$

A, n = 21