

1. 次の方程式の整数解の組を1つ求めよ。【各5点】

(1) $50x + 23y = 1$

(2) $25x - 61y = 12$

2. 次の方程式の整数解をすべて求めよ。【各5点】

(1) $11x + 8y = 1$

(2) $6x - 11y = 4$

<Challenge!!>

次の方程式の整数解をすべて求めよ。

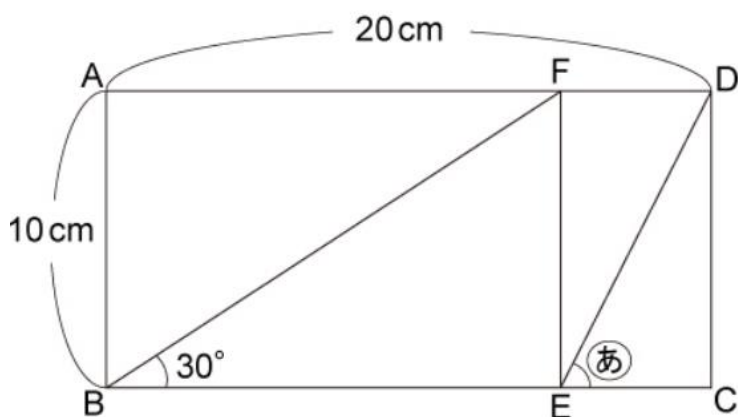
(1) $30x + 17y = 2$

(2) $46x - 35y = 4$

<楽しい角度問題>

図のような長方形 ABCD と長方形 FECD があります。

㊦の角は何度になりますか。



類 題

1. 次の方程式の整数解をすべて求めよ。

(1) $37x + 26y = 1$

(2) $62x - 23y = 3$

2. 次の方程式の整数解をすべて求めよ。

(1) $3x - 7y = 1$

(2) $13x + 7y = -13$

漢検準2級 漢字テスト 46 氏名
次の文のカタカナを漢字に直せ。(送り仮名もかく)

① 二度としないように懇々とサトシタ
② 歩き通してクツズレができた

③ 気が付くとドロヌマにはまっていた
④ はぐれた娘を血眼でサガシタ

⑤ 縁側でユスズミをする
⑥ ヤワラカイ話題を交えて講義する

⑦ 至急カツ厳正に処分する
⑧ 新居の家具をトトノエル

⑨ 記者会見にノゾム
⑩ 大木のホラに鳥が巣くっている

⑪ 恩師に文化クンショウが授与された
⑫ ザンテイ的な決まり

※配点 ①～⑫ 各 0.5 点

得点

高校数学 チェックテスト 解答 1/17



1. 不定方程式の整数解【各5点】

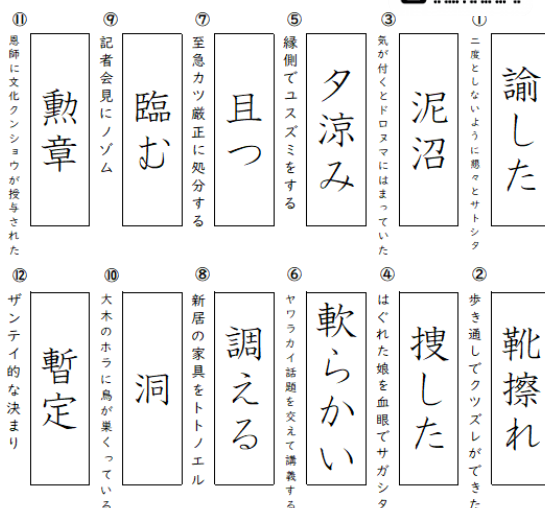
(1) $x=18, y=-26$

(2) $x=20, y=8$

2. 不定方程式の整数解【各5点】

(1) $x=8k+3, y=-11k-4$ (k は整数)

(2) $x=11k+8, y=6k+4$ (k は整数)



<Challenge!!>

<楽しい角度問題> (+5点)

(1) $x=17k+8, y=-30k-14$ (k は整数)

75°

(2) $x=35k+64, y=46k+84$ (k は整数)

(1) $30x+17y=2$ ①

①の右边を1とした方程式 $30x+17y=1$ について、 $x=4, y=-7$ はその整数解の1つである。

よって $30 \cdot 4 + 17 \cdot (-7) = 1$

両辺に2を掛けて

$30 \cdot 8 + 17 \cdot (-14) = 2$ ②

①-②から $30(x-8) + 17(y+14) = 0$

すなわち $30(x-8) = -17(y+14)$ ③

30と17は互いに素であるから、 $x-8$ は17の倍数である。

よって、 k を整数として、 $x-8=17k$ と表される。

これを③に代入して $y+14=-30k$

したがって、求める整数解は

$x=17k+8, y=-30k-14$ (k は整数)

【参考】 30と17に互除法の計算を行うと、次のようになる。

$30 = 17 \cdot 1 + 13$ 移項すると $13 = 30 - 17 \cdot 1$

$17 = 13 \cdot 1 + 4$ 移項すると $4 = 17 - 13 \cdot 1$

$13 = 4 \cdot 3 + 1$ 移項すると $1 = 13 - 4 \cdot 3$

よって $1 = 13 - 4 \cdot 3 = 13 - (17 - 13 \cdot 1) \cdot 3$

$= 13 \cdot 4 + 17 \cdot (-3)$

$= (30 - 17 \cdot 1) \cdot 4 + 17 \cdot (-3)$

$= 30 \cdot 4 + 17 \cdot (-7)$

<類題解答>

1. 不定方程式の整数解

(1) $x=-7, y=10$

(2) $x=-30, y=-81$

(2) $46x-35y=4$ ①

①の右边を1とした方程式 $46x-35y=1$ について、 $x=16, y=21$ はその整数解の1つである。

よって $46 \cdot 16 - 35 \cdot 21 = 1$

両辺に4を掛けて

$46 \cdot 64 - 35 \cdot 84 = 4$ ②

①-②から $46(x-64) - 35(y-84) = 0$

すなわち $46(x-64) = 35(y-84)$ ③

46と35は互いに素であるから、 $x-64$ は35の倍数である。

よって、 k を整数として、 $x-64=35k$ と表される。

これを③に代入して $y-84=46k$

したがって、求める整数解は

$x=35k+64, y=46k+84$ (k は整数)

【参考】 46と35に互除法の計算を行うと、次のようになる。

$46 = 35 \cdot 1 + 11$ 移項すると $11 = 46 - 35 \cdot 1$

$35 = 11 \cdot 3 + 2$ 移項すると $2 = 35 - 11 \cdot 3$

$11 = 2 \cdot 5 + 1$ 移項すると $1 = 11 - 2 \cdot 5$

よって $1 = 11 - 2 \cdot 5 = 11 - (35 - 11 \cdot 3) \cdot 5$

$= 11 \cdot 16 - 35 \cdot 5$

$= (46 - 35 \cdot 1) \cdot 16 - 35 \cdot 5$

$= 46 \cdot 16 - 35 \cdot 21$

2. 不定方程式の整数解

(1) $x=7k+5, y=3k+2$ (k は整数)

(2) $x=7k+3, y=-13k-6$ (k は整数)

$$2 \quad (1) \quad 11x + 8y = 1 \dots ①$$

$$x=3, y=-4 \text{ は } ① \text{ の解の1つである}$$

$$11 \cdot 3 + 8 \cdot (-4) = 1 \dots ②$$

$$① - ② \text{ より}$$

$$\begin{array}{r} 11x + 8y = 1 \\ -) 11 \cdot 3 + 8 \cdot (-4) = 1 \\ \hline 11(x-3) + 8(y-(-4)) = 0 \end{array}$$

$$11(x-3) = -8(y+4) \dots ③$$

11 と 8 は互いに素だから

$$x-3 = 8k \dots ④ \quad (k \text{ は整数})$$

と表せる

$$x = 8k + 3$$

$$④ \text{ を } ③ \text{ に代入}$$

$$11 \cdot 8k = -8(y+4)$$

$$-11k = y+4$$

$$y = -11k - 4$$

$$\begin{cases} x = 8k + 3 \\ y = -11k - 4 \end{cases} \quad (k \text{ は整数})$$

$$(2) \quad 6x - 11y = 4 \dots ①$$

$$6x - 11y = 1 \dots ② \text{ とする}$$

$$x=2, y=1 \text{ は } ② \text{ の解の1つである}$$

$$6 \cdot 2 - 11 \cdot 1 = 1 \quad \left. \begin{array}{l} \text{両辺} \\ \times 4 \end{array} \right\}$$

$$6 \cdot 8 - 11 \cdot 4 = 4 \dots ③$$

$$① - ③ \text{ より}$$

$$6x - 11y = 4$$

$$\rightarrow 6 \cdot 8 - 11 \cdot 4 = 4$$

$$6(x-8) - 11(y-4) = 0$$

$$6(x-8) = 11(y-4) \dots ④$$

6 と 11 は互いに素だから

$$x-8 = 11k \dots ⑤ \quad (k \text{ は整数}) \text{ とする}$$

$$x = 11k + 8$$

$$⑤ \text{ を } ④ \text{ に代入}$$

$$6 \cdot 11k = 11(y-4)$$

$$6k = y-4$$

$$y = 6k + 4$$

$$\begin{cases} x = 11k + 8 \\ y = 6k + 4 \end{cases} \quad (k \text{ は整数})$$

$$③ \quad x=-3, y=-2 \text{ は } ① \text{ の解の1つである}$$

と表せる場合

$$\begin{cases} x = 11k - 3 \\ y = 6k - 2 \end{cases} \quad (k \text{ は整数})$$

類題解答

1. 不定方程式の整数解

$$(1) x = -7, \quad y = 10$$

$$(2) x = -30, \quad y = -81$$

(1) 37 と 26 に互除法の計算を行うと、次のようになる。

$$37 = 26 \cdot 1 + 11 \quad \text{移項すると} \quad 11 = 37 - 26 \cdot 1$$

$$26 = 11 \cdot 2 + 4 \quad \text{移項すると} \quad 4 = 26 - 11 \cdot 2$$

$$11 = 4 \cdot 2 + 3 \quad \text{移項すると} \quad 3 = 11 - 4 \cdot 2$$

$$4 = 3 \cdot 1 + 1 \quad \text{移項すると} \quad 1 = 4 - 3 \cdot 1$$

$$\text{よって} \quad 1 = 4 - 3 \cdot 1 = 4 - (11 - 4 \cdot 2) \cdot 1$$

$$= 4 \cdot 3 + 11 \cdot (-1)$$

$$= (26 - 11 \cdot 2) \cdot 3 + 11 \cdot (-1)$$

$$= 26 \cdot 3 + 11 \cdot (-7)$$

$$= 26 \cdot 3 + (37 - 26 \cdot 1) \cdot (-7)$$

$$= 37 \cdot (-7) + 26 \cdot 10$$

$$\text{すなわち} \quad 37 \cdot (-7) + 26 \cdot 10 = 1$$

よって、求める整数 x, y の組の 1 つは

$$x = -7, \quad y = 10$$

(2) 62 と 23 に互除法の計算を行うと、次のようになる。

$$62 = 23 \cdot 2 + 16 \quad \text{移項すると} \quad 16 = 62 - 23 \cdot 2$$

$$23 = 16 \cdot 1 + 7 \quad \text{移項すると} \quad 7 = 23 - 16 \cdot 1$$

$$16 = 7 \cdot 2 + 2 \quad \text{移項すると} \quad 2 = 16 - 7 \cdot 2$$

$$7 = 2 \cdot 3 + 1 \quad \text{移項すると} \quad 1 = 7 - 2 \cdot 3$$

$$\text{よって} \quad 1 = 7 - 2 \cdot 3$$

$$= 7 - (16 - 7 \cdot 2) \cdot 3$$

$$= 7 \cdot 7 + 16 \cdot (-3)$$

$$= (23 - 16 \cdot 1) \cdot 7 + 16 \cdot (-3)$$

$$= 23 \cdot 7 + 16 \cdot (-10)$$

$$= 23 \cdot 7 + (62 - 23 \cdot 2) \cdot (-10)$$

$$= 62 \cdot (-10) + 23 \cdot 27$$

$$= 62 \cdot (-10) - 23 \cdot (-27)$$

$$\text{すなわち} \quad 62 \cdot (-10) - 23 \cdot (-27) = 1$$

$$\text{両辺に 3 を掛けて} \quad 62 \cdot (-30) - 23 \cdot (-81) = 3$$

よって、求める整数 x, y の組の 1 つは

$$x = -30, \quad y = -81$$

2. 不定方程式の整数解

$$(1) x = 7k + 5, \quad y = 3k + 2 \quad (k \text{ は整数})$$

$$(2) x = 7k + 3, \quad y = -13k - 6 \quad (k \text{ は整数})$$

$$(1) \quad 3x - 7y = 1 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$x = 5, y = 2$ は $\textcircled{1}$ の整数解の 1 つである。

$$\text{よって} \quad 3 \cdot 5 - 7 \cdot 2 = 1 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{ から} \quad 3(x - 5) - 7(y - 2) = 0$$

$$\text{すなわち} \quad 3(x - 5) = 7(y - 2) \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

3 と 7 は互いに素であるから、 $x - 5$ は 7 の倍数である。

よって、 k を整数として、 $x - 5 = 7k$ と表される。

$$\text{これと} \textcircled{3} \text{ から} \quad y - 2 = 3k$$

したがって、求める整数解は

$$x = 7k + 5, \quad y = 3k + 2 \quad (k \text{ は整数})$$

別解 $\textcircled{1}$ の整数解の 1 つとして、 $x = -2, y = -1$ を用いてもよい。この場合、整数解は

$$x = 7k - 2, \quad y = 3k - 1 \quad (k \text{ は整数})$$

と表される。

$$(2) \quad 13x + 7y = -3 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$x = 3, y = -6$ は $\textcircled{1}$ の整数解の 1 つである。

$$\text{よって} \quad 13 \cdot 3 + 7 \cdot (-6) = -3 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{ から} \quad 13(x - 3) + 7(y + 6) = 0$$

$$\text{すなわち} \quad 13(x - 3) = -7(y + 6) \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

13 と 7 は互いに素であるから、 $x - 3$ は 7 の倍数である。

よって、 k を整数として、 $x - 3 = 7k$ と表される。

$$\text{これと} \textcircled{3} \text{ から} \quad y + 6 = -13k$$

したがって、求める整数解は

$$x = 7k + 3, \quad y = -13k - 6 \quad (k \text{ は整数})$$

別解 $\textcircled{1}$ の整数解の 1 つとして、 $x = -4, y = 7$ を用いてもよい。この場合、整数解は

$$x = 7k - 4, \quad y = -13k + 7 \quad (k \text{ は整数})$$

と表される。

