

例②

約数

について、 a を b で割ったときの商を q 、余りを r とすると
は、 b と r の最大公約数に等しい。

←28と12の最大公約数は、12と4の最大公約数(=4)と等しい。)

リッドの互除法

最大公約数 → 互除法

答えよ。

大公約数をユークリッドの互除法を用いて求めよ。

与えられた整数 x, y の組を1つ求めよ。

94
47 ↓
0 ↓
= 余りは0

約数は47
最大公約

$$\begin{aligned}
 & \text{よ、} 24x + 13y = 1 \quad \text{① 小さい方の係数へくくると} \\
 & 13(\underbrace{x+y}_z) + 11x = 1 \quad \text{② 新しい文字を置く} \\
 & 13z + 11x = 1 \quad (x+y=z) \\
 & 11(\underbrace{x+z}_w) + 2z = 1 \quad \text{③ ①、②をくり返す} \\
 & 11w + 2z = 1
 \end{aligned}$$

$b \neq 0$ とする。 x, y の 1 次方程式

$$ax + by = c$$

この方程式の整数解といい、整数解を求めることを

整数解

整数解を求めて代入！

すべて求めよ。

$$41x + 15y = 5$$

1つである。

$$(2) \quad 41x + 15y = 5 \dots \textcircled{1}$$

①の右辺を1とした $41x + 15y = 1$ にて

$x = -4, y = 11$ は整数解の1つである

(すぐ求めないときは互除法(下記参照))

$$\text{よって } 41 \cdot (-4) + 15 \cdot 11 = 1$$

0

$$3) \dots \textcircled{3}$$

$$\text{両辺に5をかけて } 41 \cdot (-20) + 15 \cdot 55 = 5 \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{ より } 41(x - 20) + 15(y - 55) = 0$$

$$\text{すなわち } 41(x - 20) = -15(y - 55) \dots \textcircled{3}$$

41と15は互いに素であるから

$x + 20$ は15の倍数である。

よって k を整数として $x + 20 = 15k$ と表される

これを③に代入して $41 \cdot 15k = -15(y - 55)$