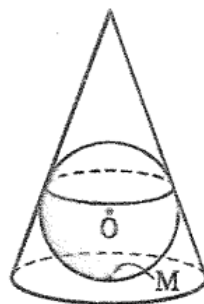


1. $\triangle ABC$ で、 $AB=6$, $AC=4$, $\angle A=60^\circ$ とする。 $\angle A$ の二等分線と辺 BC との交点を D とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) $\triangle ABC$ の面積を求めよ。
- (2) AD の長さを求めよ。
- (3) BC, BD の長さを求めよ。

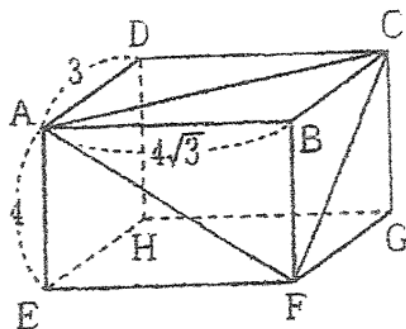
2. 図のように高さ4、底面の半径 $\sqrt{2}$ の円錐が、球 O と側面および底面の中心 M で接している。次の問いに答えよ。

- (1) 円錐の母線の長さを求めよ。
- (2) 球 O の半径を求めよ。
- (3) 球 O の体積 V と表面積 S を求めよ。



3. 右図のような、 $AB=4\sqrt{3}$, $AD=3$, $AE=4$ である直方体 $ABCD-EFGH$ を、3点 A, C, F を通る平面で切ってできる $\triangle AFC$ について、次の問いに答えよ。

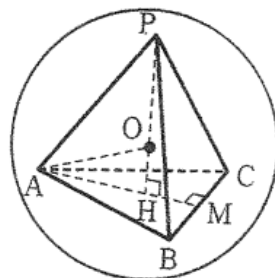
- (1) AF, CF, AC の長さを求めよ。
- (2) $\cos \angle AFC$ を求めよ。
- (3) $\triangle AFC$ の面積 S を求めよ。
- (4) 四面体 $ABCF$ の体積 V を求めよ。
- (5) 頂点 B と面 AFC との距離 h を求めよ。



< Challenge!! >

半径 r の球に、1 辺の長さが a の正四面体 $PABC$ が内接している。 O を球の中心、 H を $\triangle ABC$ の重心、 M を BC の中点とすると、次の問いに答えよ。

- (1) PH の長さを a で表せ
- (2) a を r で表せ。
- (3) 正四面体の体積 V を r で表せ。



次の文のカタカナを漢字に直せ。(送り仮名もかく)

① 新生活に必要な品をトトノエル

③ 有力なショウウコがみつかる

④ 見方がカタヨツチいる

⑤ ウワツイタ態度を一喝された

⑥ コマクが破れそうな爆音

⑦ 現代絵画のケイフをたどる

⑧ サインシ ン請求が棄却された

⑨ 無線機をトウサイした車

⑩ 会議がケイゾクする

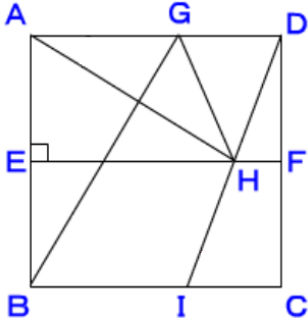
⑪ お茶をメシ上がる

⑫ 庭の雑草をカル

※配点 ①～⑫ 各 0.5 点

得点

<楽しい角度問題>



四角形ABCDは正方形で、EFはBCとADが重なるように折ったときの折り目です。GBはAとEF上の点Hが重なるように折ったときの折り目です。
図の角HICの大きさを求めなさい。

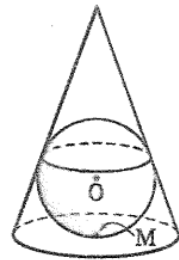
類 題

1. $\triangle ABC$ で、 $AB=18$, $AC=12$, $\angle A=60^\circ$ とする。 $\angle A$ の二等分線と辺 BC との交点を D とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) $\triangle ABC$ の面積を求めよ。
- (2) AD の長さを求めよ。
- (3) BC, BD の長さを求めよ。

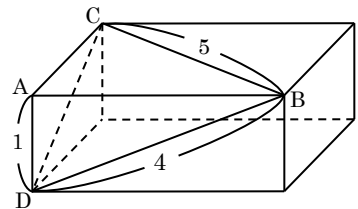
2. 図のように高さ 3、底面の半径 $\sqrt{3}$ の円錐が、球 O と側面および底面の中心 M で接している。
次の問いに答えよ。

- (1) 円錐の母線の長さを求めよ。
- (2) 球 O の半径を求めよ。
- (3) 球 O の体積 V と表面積 S を求めよ。



3. 右の図のような、 $AD=1$, $BC=5$, $BD=4$ である直方体を、3 点 B, C, D を通る平面で切ってできる $\triangle BCD$ について、次の問いに答えよ。

- (1) AB, AC, CD の値を求めよ。
- (2) $\cos \angle CBD$ の大きさを求めよ。
- (3) $\triangle BCD$ の面積 S を求めよ。
- (4) 四面体 $ABCD$ の体積 V を求めよ。
- (5) 頂点 A と面 BCD との距離 h を求めよ。





1. 角の二等分線の性質

(1) $S = 6\sqrt{3}$ (2) $AD = \frac{12\sqrt{3}}{5}$ (3) $BC = 2\sqrt{7}$, $BD = \frac{6\sqrt{7}}{5}$

2. 内接する球 <楽しい角度問題>

(1) $3\sqrt{2}$ (2) 1 (3) $V = \frac{4}{3}\pi$ $S = 4\pi$

3. 三角錐の体積

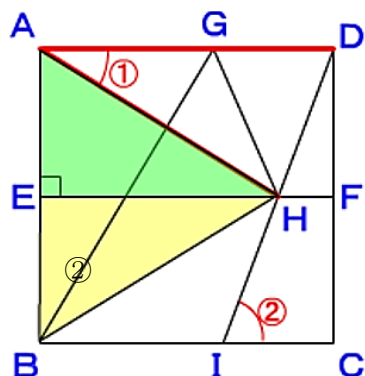
(1) $AF = 8, CF = 5, AC = \sqrt{57}$ (2) $\frac{2}{5}$

(3) $4\sqrt{21}$ (4) $8\sqrt{3}$ (5) $\frac{6\sqrt{7}}{7}$

<楽しい角度問題> $x = 75^\circ$ (+5点)

<Challenge!!>

(1) $\frac{\sqrt{6}}{3}a$ (2) $a = \frac{2\sqrt{6}}{3}r$ (3) $V = \frac{8\sqrt{3}}{27}r^3$



$\textcircled{1} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

$\angle ADH = (180^\circ - 30^\circ) \div 2 = 75^\circ$

$\textcircled{2} = 75^\circ$

類題

1. 角の二等分線の性質

(1) $S = 54\sqrt{3}$ (2) $AD = \frac{36\sqrt{3}}{5}$ (3) $BC = 6\sqrt{7}$, $BD = \frac{18\sqrt{7}}{5}$

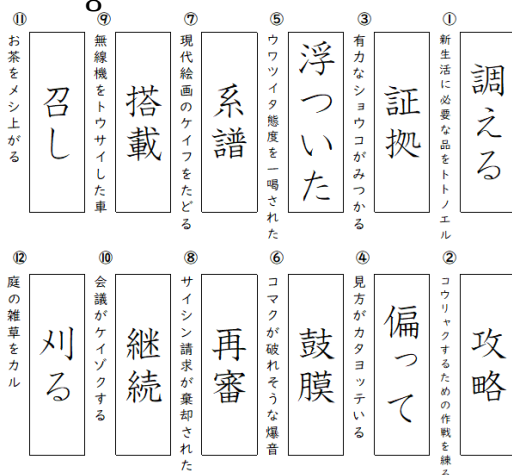
2. 三角形の面積と内接円の半径

(1) $\cos A = \frac{3}{5}, \sin A = \frac{4}{5}$ (2) 84 (3) $R = \frac{65}{8}$ (4) $r = 4$

3. 角の二等分線の性質

(1) $S = 54\sqrt{3}$ (2) $AD = \frac{36\sqrt{3}}{5}$

(3) $BC = 6\sqrt{7}$, $BD = \frac{18\sqrt{7}}{5}$

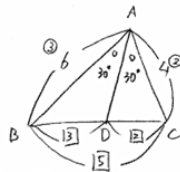


$$1. (1) S = \frac{1}{2} bc \sin A$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 6 \cdot \sin 60^\circ$$

$$= 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 6\sqrt{3} \quad \textcircled{1}$$



$$(2) AD = x \text{ 求める}$$

$$\triangle ABD + \triangle ACD = \triangle ABC \text{ より}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot x \cdot \sin 30^\circ + \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot x \cdot \sin 30^\circ = 6\sqrt{3}$$

$$\frac{3}{2}x + \frac{3}{2}x = 6\sqrt{3}$$

$$3x = 6\sqrt{3}$$

$$x = 2\sqrt{3} \quad \textcircled{2}$$

$$(3) \text{ 余弦定理より}$$

$$BC^2 = 4^2 + 6^2 - 2 \cdot 4 \cdot 6 \cos 60^\circ$$

$$= 16 + 36 - 24 = 28$$

$$BC = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$$

$$\text{角二等分線の性質より}$$

$$BD : DC = AB : AC$$

$$= 4 : 6 = 2 : 3$$

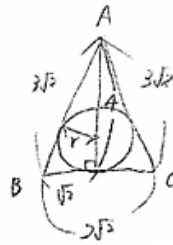
$$BD = \frac{2}{5} BC = \frac{2}{5} \cdot 2\sqrt{7} = \frac{4\sqrt{7}}{5} \quad \textcircled{3}$$

$$2. (1) R = \sqrt{3^2 + 4^2}$$

$$= \sqrt{9 + 16}$$

$$= \sqrt{25}$$

$$= 5$$



$$(2) S = \frac{1}{2} r (a + b + c)$$

$$25 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} r (3 + 4 + 5)$$

$$45 = 4r$$

$$r = \frac{45}{4}$$

$$(3) V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{45}{4}\right)^3$$

$$S = 4\pi r^2 = 4\pi \left(\frac{45}{4}\right)^2$$

$$3. (1) AF = \sqrt{4^2 + 16^2} = \sqrt{16 + 256} = \sqrt{272} = 4\sqrt{17}$$

$$CF = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$AC = \sqrt{8^2 + 16^2} = \sqrt{64 + 256} = \sqrt{320} = 8\sqrt{5}$$

$$(2) \sin \angle AFC = \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2}}{\frac{4}{5}} = \frac{\sqrt{1 - \frac{9}{25}}}{\frac{4}{5}} = \frac{\sqrt{\frac{16}{25}}}{\frac{4}{5}} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{4}{5}} = 1$$

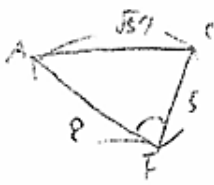
$$(2) \triangle AFC \text{ と余弦定理}$$

$$\cos \angle AFC = \frac{8^2 + 5^2 - 4^2}{2 \cdot 8 \cdot 5}$$

$$= \frac{64 + 25 - 16}{80}$$

$$= \frac{73}{80}$$

$$\sin \angle AFC = \sqrt{1 - \left(\frac{73}{80}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{5329}{6400}} = \sqrt{\frac{1071}{6400}} = \frac{\sqrt{1071}}{80}$$



$$(3) V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{45}{4}\right)^3$$

$$S = 4\pi r^2 = 4\pi \left(\frac{45}{4}\right)^2$$

(1) 正四面体の各面は正三角形である。

また、H が $\triangle ABC$ の重心であるから

$$AH = \frac{2}{3} AM$$

$$= \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{3} a$$

$$\triangle PAH \text{ で、} \angle PHA = 90^\circ$$

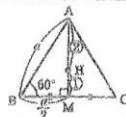
$$\text{より } PA^2 = PH^2 + AH^2$$

$$\text{したがって}$$

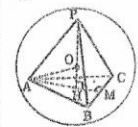
$$a^2 = PH^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{3} a\right)^2$$

$$PH^2 = \frac{2}{3} a^2$$

$$PH = \frac{\sqrt{6}}{3} a \quad \textcircled{1}$$



正四面体 PABC で頂点 P から
底面に垂線 PH を引くと
 $\triangle PAH \cong \triangle PBH \cong \triangle PCH$
より $HA = HB = HC$
H は $\triangle ABC$ の外心となる。正
四面体の外心と重心は一致する
から、H は $\triangle ABC$ の重心であ
る。



$$\triangle AH : HM = 2 : 1, AM = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

$$\triangle 1 \text{ 辺の長さ } a \text{ の正四面体の高}$$

$$\text{は } \frac{\sqrt{6}}{3} a$$

(2) $\triangle OAH$ で

$$\angle OHA = 90^\circ \text{ より } OA^2 = OH^2 + AH^2$$

$$OH = PH - OP = \frac{\sqrt{6}}{3} a - r \text{ だから}$$

$$r^2 = \left(\frac{\sqrt{6}}{3} a - r\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{3} a\right)^2$$

$$\text{これより } a^2 - \frac{2\sqrt{6}}{3} ar = 0 \quad a > 0$$

$$\text{よって } a = \frac{2\sqrt{6}}{3} r \quad \textcircled{2}$$

$$(3) V = \frac{1}{3} \cdot \triangle ABC \cdot PH$$

$$\triangle ABC = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2, PH = \frac{\sqrt{6}}{3} a \text{ だから}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} a = \frac{\sqrt{2}}{12} a^3$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{12} \left(\frac{2\sqrt{6}}{3} r\right)^3 = \frac{8\sqrt{2}}{27} r^3 \quad \textcircled{3}$$

$$(4) \text{ この問いによって、1 辺の長さが } a \text{ の正四面体 PABC に同じで、次のこともわかる。}$$

$$\triangle ABC \text{ の外心}$$

$$\triangle ABC \text{ の重心}$$

$$OP = OA = r = \frac{\sqrt{6}}{12} a$$

$$= \frac{\sqrt{6}}{12} a$$

$$OH = \frac{\sqrt{6}}{3} a - r = \frac{\sqrt{6}}{12} a$$

$$OH = \frac{\sqrt{6}}{12} a - r = \frac{\sqrt{6}}{12} a$$

$$OH = \frac{\sqrt{6}}{12} a - r = \frac{\sqrt{6}}{12} a$$

$$OH = \frac{\sqrt{6}}{12} a - r = \frac{\sqrt{6}}{12} a$$

$$OH = \frac{\sqrt{6}}{12} a - r = \frac{\sqrt{6}}{12} a$$

$$OH = \frac{\sqrt{6}}{12} a - r = \frac{\sqrt{6}}{12} a$$

$$OH = \frac{\sqrt{6}}{12} a - r = \frac{\sqrt{6}}{12} a$$

$$OH = \frac{\sqrt{6}}{12} a - r = \frac{\sqrt{6}}{12} a$$

$$OH = \frac{\sqrt{6}}{12} a - r = \frac{\sqrt{6}}{12} a$$

$$OH = \frac{\sqrt{6}}{12} a - r = \frac{\sqrt{6}}{12} a$$

$$OH = \frac{\sqrt{6}}{12} a - r = \frac{\sqrt{6}}{12} a$$

$$OH = \frac{\sqrt{6}}{12} a - r = \frac{\sqrt{6}}{12} a$$

$$OH = \frac{\sqrt{6}}{12} a - r = \frac{\sqrt{6}}{12} a$$

$$OH = \frac{\sqrt{6}}{12} a - r = \frac{\sqrt{6}}{12} a$$

$$OH = \frac{\sqrt{6}}{12} a - r = \frac{\sqrt{6}}{12} a$$

$$OH = \frac{\sqrt{6}}{12} a - r = \frac{\sqrt{6}}{12} a$$

$$OH = \frac{\sqrt{6}}{12} a - r = \frac{\sqrt{6}}{12} a$$

$$OH = \frac{\sqrt{6}}{12} a - r = \frac{\sqrt{6}}{12} a$$

$$OH = \frac{\sqrt{6}}{12} a - r = \frac{\sqrt{6}}{12} a$$

$$OH = \frac{\sqrt{6}}{12} a - r = \frac{\sqrt{6}}{12} a$$

$$OH = \frac{\sqrt{6}}{12} a - r = \frac{\sqrt{6}}{12} a$$

$$OH = \frac{\sqrt{6}}{12} a - r = \frac{\sqrt{6}}{12} a$$

$$OH = \frac{\sqrt{6}}{12} a - r = \frac{\sqrt{6}}{12} a$$

$$OH = \frac{\sqrt{6}}{12} a - r = \frac{\sqrt{6}}{12} a$$

$$OH = \frac{\sqrt{6}}{12} a - r = \frac{\sqrt{6}}{12} a$$

$$OH = \frac{\sqrt{6}}{12} a - r = \frac{\sqrt{6}}{12} a$$

$$OH = \frac{\sqrt{6}}{12} a - r = \frac{\sqrt{6}}{12} a$$

$$OH = \frac{\sqrt{6}}{12} a - r = \frac{\sqrt{6}}{12} a$$

$$OH = \frac{\sqrt{6}}{12} a - r = \frac{\sqrt{6}}{12} a$$

$$OH = \frac{\sqrt{6}}{12} a - r = \frac{\sqrt{6}}{12} a$$

$$OH = \frac{\sqrt{6}}{12} a - r = \frac{\sqrt{6}}{12} a$$

$$OH = \frac{\sqrt{6}}{12} a - r = \frac{\sqrt{6}}{12} a$$

$$OH = \frac{\sqrt{6}}{12} a - r = \frac{\sqrt{6}}{12} a$$

$$OH = \frac{\sqrt{6}}{12} a - r = \frac{\sqrt{6}}{12} a$$

$$OH = \frac{\sqrt{6}}{12} a - r = \frac{\sqrt{6}}{12} a$$