

1. 次の問いに答えよ。【各4点】 (←三角比1つにつき2点)

(1) $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ で、 $\sin \theta = \frac{1}{4}$ のとき、 $\cos \theta$, $\tan \theta$ の値を求めよ。

(2) $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ で、 $\cos \theta = -\frac{1}{3}$ のとき、 $\sin \theta$, $\tan \theta$ の値を求めよ。

2. $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ で、 $\tan \theta = \frac{3}{4}$ のとき、 $\sin \theta$, $\cos \theta$ の値を求めよ。【4点】

3. 次の式を簡単にしなさい。【各4点】

(1) $(\sin \theta + \cos \theta)^2 + (\sin \theta - \cos \theta)^2$ (2) $(1 - \sin \theta)(1 + \sin \theta) - \frac{1}{1 + \tan^2 \theta}$

<Challenge!!>

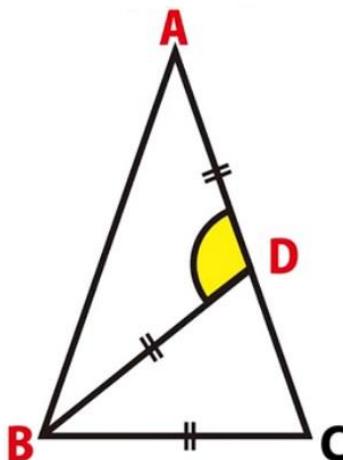
(1) A を鋭角とする。 $\sin A = \frac{1}{7}$ のとき、 $\cos A$, $1 + \tan^2 A$ の値を求めよ。 (日本工業大・改)

(2) θ が $0^\circ < \theta < 90^\circ$ の範囲で $\frac{1}{1 - \sin \theta} + \frac{1}{1 + \sin \theta} = 6$ を満たすとき、 $\sin \theta$ と $\tan \theta$ の値を求めよ。 (東京電機大)

(3) 鋭角 θ が $\tan \theta = \frac{3}{4}$ を満たすとき、 $\frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} + \frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta}$ の値を求めよ。 (千葉工業大)

<楽しい角度問題>

右の図で $\triangle ABC$ は $AB=AC$ の二等辺三角形です。
また、 $AD=BD=BC$ のとき、 $\angle ADC$ の大きさを求めよ。



類題

1. 次の問いに答えよ。

(1) $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ で $\cos\theta = \frac{\sqrt{6}}{4}$ のとき、 $\sin\theta$, $\tan\theta$ の値を求めよ。

(2) $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ で $\cos\theta = -\frac{15}{17}$ のとき、 $\sin\theta$, $\tan\theta$ の値を求めよ。

(3) $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ で $\sin\theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$ のとき、 $\cos\theta$, $\tan\theta$ の値を求めよ。

2. $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ で $\tan\theta = \frac{1}{3}$ のとき、 $\sin\theta$, $\cos\theta$ の値を求めよ。

3. 次の式を簡単にしなさい。

(1) $(2\sin\theta + 3\cos\theta)^2 + (3\sin\theta - 2\cos\theta)^2$ (2) $\tan^2\theta - \tan^2\theta\sin^2\theta - \sin^2\theta$

⑪ 長官をコウテツする

⑨ 両親のラクノウの仕事を手伝う

⑦ ジンソクな対応が求められる

⑤ 恋人に現金をミツグ

③ 祈願ジョウジュで有名な神社だ

① 水槽のモが揺れている

⑫ 進路をボウガイして失格になる

⑩ ショウガイ忘れることはない

⑧ 不足分を代用品でマカナウ

⑥ 代々続くユイショ正しい旅館

④ 試供品をハンブする

② ケイセツの功あって目的を達した

漢検2級 漢字テスト 36 氏名
次の文のカタカナを漢字に直せ。(送り仮名もかく)

※配点 ⑪⑫ 各 0.5 点

得点

高校数学 チェックテスト 解答 10/11

1. 他の三角比の値

(1) $\cos\theta = \frac{\sqrt{15}}{4}$, $\tan\theta = \frac{\sqrt{15}}{15}$ (2) $\sin\theta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$, $\tan\theta = -2\sqrt{2}$

2. 他の三角比の値

$\sin\theta = \frac{3}{5}$, $\cos\theta = \frac{4}{5}$

3. 三角比の相互関係

(1) 2 (2) 0

<Challenge!!> (+5点)

(1) $\frac{49}{48}$ (2) $\sin\theta = \frac{\sqrt{6}}{3}$, $\tan\theta = \sqrt{2}$

(3) $\frac{10}{3}$

<角度問題> (+5点)

$\angle x = 108^\circ$

類題

1. 他の三角比の値

(1) $\sin\theta = \frac{\sqrt{10}}{4}$, $\tan\theta = \frac{\sqrt{15}}{3}$ (2) $\sin\theta = \frac{8}{17}$, $\tan\theta = -\frac{8}{15}$

(3) $0^\circ < \theta < 90^\circ$ のとき $\cos\theta = \frac{\sqrt{5}}{5}$, $\tan\theta = 2$

$90^\circ < \theta < 180^\circ$ のとき $\cos\theta = -\frac{\sqrt{5}}{5}$, $\tan\theta = -2$

2. 他の三角比の値

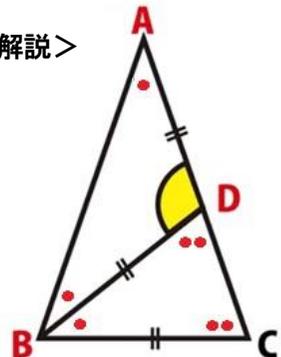
$\sin\theta = \frac{\sqrt{10}}{10}$, $\cos\theta = \frac{3\sqrt{10}}{10}$

3. 三角比の相互関係

(1) 13 (2) 0

⑪ 長官をコウテツする	更迭	⑨ 両親のラクノウの仕事を手伝う	酪農	⑦ ジンソクな対応が求められる	迅速	⑤ 恋人に現金をミツグ	貢ぐ	③ 祈願ジョウジュユで有名な神社だ	成就	① 水槽のモが揺れている	藻
⑫ 進路をボウガイして失格になる	妨害	⑩ ショウガイ忘れることはない	生涯	⑧ 不足分を代用品でマカナウ	賄う	⑥ 代々続くユイショ正しい旅館	由緒	④ 試供品をハンブする	頒布	② ケイセツの功あつて目的を達した	蛍雪

<楽しい角度問題解説>



1 (1) $\sin \theta = \frac{1}{4} < 0 < \pi$

$$\cos^2 \theta = 1 - \left(\frac{1}{4}\right)^2$$

$$= \frac{15}{16}$$

$$\cos \theta = \pm \frac{\sqrt{15}}{4}$$

$$0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ \text{ 时}$$

$$\cos \theta = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$= \frac{1/4}{\sqrt{15}/4}$$

$$= \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{\sqrt{15}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{15}}$$

$$= \frac{\sqrt{15}}{15}$$

2 $\tan \theta = \frac{3}{4} < 0 < \pi$

$$1 - \tan^2 \theta = 1 - \frac{9}{16}$$

$$= \left(\frac{7}{4}\right)^2 = \frac{49}{16}$$

$$1 + \frac{9}{16} = \frac{25}{16}$$

$$\frac{25}{16} = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

$$\cos^2 \theta = \frac{16}{25}$$

$$\cos \theta = \pm \frac{4}{5}$$

$$\tan \theta = \frac{3}{4} > 0$$

$$0 < \theta < 90^\circ \text{ 时}$$

$$0 < \cos \theta < 1$$

$$\cos \theta = \frac{4}{5}$$

$$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$$

$$= 1 - \frac{16}{25}$$

$$= \frac{9}{25}$$

$$\sin \theta = \pm \frac{3}{5}$$

$$0^\circ \leq \theta < 180^\circ \text{ 时}$$

$$0 \leq \sin \theta \leq 1 \text{ 时}$$

$$\sin \theta = \frac{3}{5}$$

(2) $\cos \theta = -\frac{1}{3} < 0 < \pi$

$$\sin^2 \theta = 1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^2$$

$$= \left(1 - \frac{1}{9}\right)$$

$$= \frac{8}{9}$$

$$\sin \theta = \pm \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$0^\circ \leq \theta < 180^\circ \text{ 时}$$

$$0 \leq \sin \theta \leq 1 \text{ 时}$$

$$\sin \theta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$= \frac{2\sqrt{2}/3}{-1/3}$$

$$= \frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot \left(-\frac{3}{1}\right)$$

$$= -2\sqrt{2}$$

逆数

3 (1) $(\sin \theta + \cos \theta)^2 + (\sin \theta - \cos \theta)^2$

$$= \sin^2 \theta + 2\sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta + \sin^2 \theta - 2\sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta$$

$$= 2\sin^2 \theta + 2\cos^2 \theta$$

$$= 2(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)$$

$$= 2 \cdot 1$$

$$= 2$$

(2) $(1 - \sin \theta)(1 + \sin \theta) = \frac{1}{1 + \tan^2 \theta}$ $\left(\begin{array}{l} 1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} \\ \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} = \cos^2 \theta \end{array} \right)$ 逆数

$$= 1 - \sin^2 \theta - \cos^2 \theta$$

$$= 1 - (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)$$

$$= 1 - 1$$

$$= 0$$

<Challenge!!解説>

$$(1) \cos^2 A = 1 - \sin^2 A = 1 - \left(\frac{1}{7}\right)^2 = \frac{48}{49}$$

A は鋭角だから、 $\cos A > 0$

$$\text{よって、} \cos A = \sqrt{\frac{48}{49}} = \frac{4\sqrt{3}}{7}$$

$$1 + \tan^2 A = \frac{1}{\cos^2 A} = \frac{49}{48}$$

$$(2) \frac{1}{1 - \sin \theta} + \frac{1}{1 + \sin \theta} = 6$$

$$(\text{左辺}) = \frac{(1 + \sin \theta) + (1 - \sin \theta)}{(1 - \sin \theta)(1 + \sin \theta)} = \frac{2}{1 - \sin^2 \theta} = \frac{2}{\cos^2 \theta}$$

$$\text{したがって、} \frac{2}{\cos^2 \theta} = 6$$

$$\cos^2 \theta = \frac{1}{3}$$

$$0^\circ < \theta < 90^\circ \text{ より、} \cos \theta > 0 \text{ だから、} \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

よって、 $\sin \theta > 0$ より、

$$\sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

また、 $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$ より、

$$\tan \theta = \frac{\sqrt{6}}{3} \div \frac{1}{\sqrt{3}} = \sqrt{2}$$

$$(3) \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} + \frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} \\ = \frac{\sin \theta(1 - \cos \theta) + \sin \theta(1 + \cos \theta)}{(1 + \cos \theta)(1 - \cos \theta)} \\ = \frac{\sin \theta - \sin \theta \cos \theta + \sin \theta + \sin \theta \cos \theta}{1 - \cos^2 \theta}$$

$$= \frac{2 \sin \theta}{\sin^2 \theta} = \frac{2}{\sin \theta}$$

ここで、

$$\cos^2 \theta = \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{1}{1 + \left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{16}{25}$$

$$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25}$$

$$\theta \text{ は鋭角であるから、} \sin \theta > 0 \text{ より、} \sin \theta = \frac{3}{5}$$

よって、

$$\frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} + \frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} = \frac{2}{\sin \theta} = 2 \div \frac{3}{5} = \frac{10}{3}$$

$$\boxed{\text{別解}} \quad \tan \theta = \frac{3}{4} \text{ より、}$$

$$\cos^2 \theta = \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{1}{1 + \left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{16}{25}$$

$$\theta \text{ は鋭角であるから、} \cos \theta > 0 \text{ より、} \cos \theta = \frac{4}{5}$$

$\sin \theta = \cos \theta \tan \theta$ より、

$$\sin \theta = \frac{4}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{5}$$

よって、これらを代入して、

$$\frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} + \frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} = \frac{3}{5} \div \frac{9}{5} + \frac{3}{5} \div \frac{1}{5} = \frac{10}{3}$$

$$\leftarrow \sin^2 A + \cos^2 A = 1$$



$$AC^2 = 7^2 - 1^2 = 48$$

より、 $AC = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$ とし
て $\cos A$ を求めてもよい。

$$\leftarrow \frac{2}{1 - \sin^2 \theta} = 6 \text{ より、}$$

$$1 - \sin^2 \theta = \frac{1}{3}$$

$$\sin^2 \theta = \frac{2}{3}$$

$0^\circ < \theta < 90^\circ$ より、 $\sin \theta > 0$

$$\text{だから、} \sin \theta = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

と求めてもよい。

◀ 通分する。

$$\leftarrow \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

◀ θ は鋭角であるから、

$$\tan \theta = \frac{3}{4} \text{ より、}$$

右の図の直角三
角形を考えて、

$$\sin \theta = \frac{3}{5}$$

としてもよい。



$$\leftarrow 1 + \cos \theta = 1 + \frac{4}{5} = \frac{9}{5}$$

$$1 - \cos \theta = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$$