高校数学　　チェックテスト　　4／26（金）　　氏名（　　　　　　　）

１．次の命題の真偽を調べよ。偽であるならば反例を1つ挙げること。
ただし、a,b は実数とする。

⑴ $1<x<2 \Rightarrow 1<x<3$

⑵ $x<1 \Rightarrow 0<x<1$

⑶ $|x| \leqq 2 \Rightarrow |x-1|<3$

⑷ $ab=0$ ならば、$a^2+b^2=0$ である。

⑸ ab が有理数ならば、a,b はともに有理数である。

⑹ $a+b, ab$ が有理数ならば、a,b はともに有理数である。

２． x, y を実数とするとき、次の（　）に「必要条件」ならば A,「十分条件」ならば B,「必要十分条件」ならば C,「必要条件でも十分条件でもない」ならば D のうち適当なものを書け。

⑴ $x=2$ は $x^2-5x+6=0$ であるための（　　）。

⑵ $x \neq 0$ は $(x-1)(x-2)=0$ であるための（　　）。

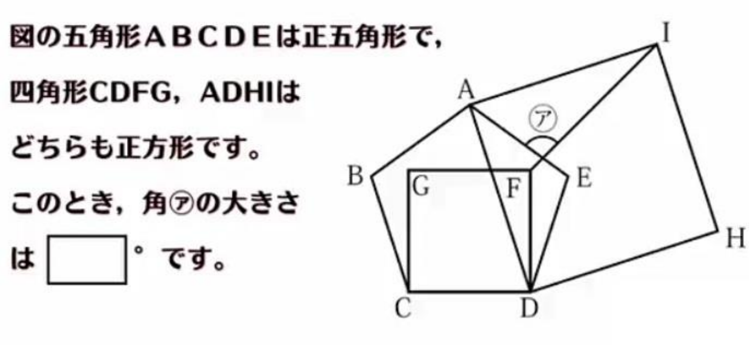
⑶ $xy=1$ は $x=1$ であるための（　　）。

⑷ $|x|=0$ は $x=0$ であるための（　　）。

⑸ $x=y=2$ は $2x-y=2y-2=2$ であるための（　　）。

⑹四角形ABCDがひし形であることは、四角形ABCDが正方形であるための（　　）。

<楽しい角度問題>**平面図形の角度 脳トレ問題 令和6年(2024）灘中1日目**



＜類題＞　（リード問題集　数Ｉより）

1．→P. 32－$\boxed{17}$・$\boxed{18}$　　2．→P. 34－$\boxed{20}$・$\boxed{21}$

<Challenge!!>

次の命題の真偽をいえ。真のときにはその証明をし，偽のときには反例をあげよ。ただし，x，y，z は実数とし，(2)，(3) については，$\sqrt{2}$，$\sqrt{5}$ が無理数であることを用いてもよい。

(1)　$x^3+y^3+z^3=0$，$x+y+z=0$ のとき，x，y，z のうち少なくとも 1 つは 0 である。

(2)　x^2+x が有理数ならば，x は有理数である。

(3)　x，y がともに無理数ならば，$x+y$，x^2+y^2 のうち少なくとも一方は無理数である。

[(1) 立教大，(2)，(3) 北海道大]

<Challenge!! 2>

2 以上の自然数 a，b について，集合 A，B を次のように定めるとき，次の ア$\boxed{}$ ～ウ$\boxed{}$ に当てはまるものを，下の ⓪～③ のうちから 1 つ選べ。

$A=\{x \mid x$ は a の正の約数$\}$，$B=\{x \mid x$ は b の正の約数$\}$

(1)　A の要素の個数が 2 であることは，a が素数であるための ア$\boxed{}$。

(2)　$A\cap B=\{1,\ 2\}$ であることは，a と b がともに偶数であるための イ$\boxed{}$。

(3)　$a\leqq b$ であることは，$A\subset B$ であるための ウ$\boxed{}$。

⓪　必要十分条件である　　①　必要条件であるが，十分条件でない

②　十分条件であるが，必要条件でない　　③　必要条件でも十分条件でもない

[センター試験]

中三国語　漢字テスト－4　氏名

次の文のカタカナを漢字に直せ。（送り仮名もかく）

① 洋書をホンヤクする

② ろうそくのシン

③ ゴロ合わせをする

④ 民衆をホンロウする

⑤ 毛先をモテアソブ

⑥ タキに打たれる

⑦ キュウリョウ地帯

⑧ 九州のサイコウホウ

⑨ 山のミネが見える

⑩ 小高いオカに登る

⑪ イケイの念を持つ

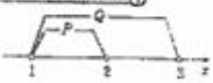
⑫ 土地をカイコンする

※配点　①～⑫　各 0.5 点

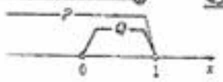
得点

高校数学　　チェックテスト　4/26　解答

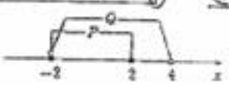
1. (1) $P=\{x \mid 1<x<2\}$, $Q=\{x \mid 1<x<3\}$ とする。P, Q は下の図のようになり　$P \subset Q$
よって，命題は真である。①



(2) $P=\{x \mid x<1\}$, $Q=\{x \mid 0<x<1\}$ とする。
P, Q は下の図のようになり，$P \subset Q$ は成り立たない。
よって，命題は偽である。①　　反 $x=-1$ など



(3) $P=\{x \mid |x| \leqq 2\}$, $Q=\{x \mid |x-1|<3\}$ とする。
$P=\{x \mid -2 \leqq x \leqq 2\}$, $Q=\{x \mid -2<x<4\}$ であるから，P, Q は下の図のようになり，$P \subset Q$ は成り立たない。
よって，命題は偽である。①　　反 $x=-2$



(4) ⑳
$a=0$, $b=1$ とすると，$ab=0$ であるが，
$a^2+b^2=1$ となり，$a^2+b^2=0$ でない。
よって，命題は偽である。①

(5) $a=\sqrt{2}$, $b=\sqrt{2}$ とすると，$ab=2$ であるが，
a, b は有理数ではない。
よって，命題は偽である。①

(6) $a=\sqrt{2}$, $b=-\sqrt{2}$ とすると，$a+b=0$,
$ab=-2$ であるが，a, b は有理数ではない。
よって，命題は偽である。①

2. (1) 「$x=2 \Longrightarrow x^2-5x+6=0$」は真。
また，$x^2-5x+6=0$ を解くと　$x=2, 3$
よって，「$x^2-5x+6=0 \Longrightarrow x=2$」は偽。
（反例：$x=3$）
したがって，十分条件であるが必要条件ではない。　B ②

(2) 「$x \neq 0 \Longrightarrow (x-1)(x-2)=0$」は偽。
（反例：$x=3$）
また，$(x-1)(x-2)=0$ を解くと　$x=1, 2$
よって，「$(x-1)(x-2)=0 \Longrightarrow x \neq 0$」は真。
したがって，必要条件であるが十分条件ではない。　A ②

(3) 「$xy=1 \Longrightarrow x=1$」は偽。
（反例：$x=-1$, $y=-1$）
「$x=1 \Longrightarrow xy=1$」は偽。
（反例：$x=1$, $y=0$）
したがって，必要条件でも十分条件でもない。　D ②

(4) 「$|x|=0 \Longrightarrow x=0$」は真。
「$x=0 \Longrightarrow |x|=0$」は真。
したがって，必要十分条件である。　C ②

(5) 「$x=y=2 \Longrightarrow 2x-y=2y-2=2$」は真。
また，$2x-y=2y-2=2$ とすると
$2y-2=2$ から　$y=2$
$2x-y=2$ に代入して　$x=2$
よって，「$2x-y=2y-2=2 \Longrightarrow x=y=2$」は真。
したがって，必要十分条件である。　C ②

(6) 「四角形 ABCD がひし形である $\Longrightarrow$ 四角形 ABCD が正方形である」は偽。
（反例：$\angle A=\angle C=60°$, $\angle B=\angle D=120°$ のひし形）

「四角形 ABCD が正方形である $\Longrightarrow$ 四角形 ABCD がひし形である」は真。
したがって，必要条件であるが十分条件ではない。　A ②

＜楽しい角度問題＞
°　（＋５点）

①	洋書をホンヤクする	翻訳
②	ろうそくのシン	芯
③	ゴロ合わせをする	語呂
④	民衆をホンロウする	翻弄
⑤	毛先をモテアソブ	弄ぶ
⑥	タキに打たれる	滝
⑦	キュウリョウ地帯	丘陵
⑧	九州のサイコウホウ	最高峰
⑨	山のミネが見える	峰
⑩	小高いオカに登る	丘
⑪	イケイの念を持つ	畏敬
⑫	土地をカイコンする	開墾

<Challenge!!>

(1) 真

（証明） $x+y+z=0$ から　　$z=-(x+y)$

$x^3+y^3+z^3=0$ に代入して　　$x^3+y^3-(x+y)^3=0$

ゆえに　$(x+y)^3-3xy(x+y)-(x+y)^3=0$

←x^3+y^3
$=(x+y)^3-3xy(x+y)$

よって　$-3xy(x+y)=0$　すなわち　$xyz=0$

したがって，x，y，z のうち少なくとも 1 つは 0 である。

別解　[$x^3+y^3+z^3-3xyz$ の因数分解を利用]

$x^3+y^3+z^3-3xyz=(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)$ に

←本冊 p.36 参照。

$x^3+y^3+z^3=0$，$x+y+z=0$ を代入すると　　$-3xyz=0$

よって，x，y，z のうち少なくとも 1 つは 0 である。

(2) 偽

（反例） $x^2+x=1$ とすると　　$x^2+x-1=0$

これを解いて　$x=\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$ ……（＊）

（＊）2 次方程式
$ax^2+bx+c=0$ の解は
$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$\sqrt{5}$ は無理数であるから，x は無理数である。

(3) 偽

（反例） $x=\sqrt{2}$，$y=-\sqrt{2}$ のとき x，y はともに無理数であるが，$x+y=0$，$x^2+y^2=4$ であるから，$x+y$，x^2+y^2 はどちらも無理数でない。

<Challenge!! 2> (+1)

(1) A の要素の個数が 2 である，すなわち a の正の約数が 2 個であることは，a が素数であることと同値である。

←a の正の約数は
1 と a

したがって　ア 0

(2) 「$A\cap B=\{1,\ 2\} \Longrightarrow a$，$b$ がともに偶数」は真である。

（証明） $A\cap B=\{1,\ 2\}$ のとき，A は 1，2 を要素にもつ。

すなわち，a は 1，2 を約数にもつから，a は偶数である。

同様に b も偶数であるから，a，b はともに偶数である。

←$A\cap B$
$=\{x \mid x\in A$ かつ $x\in B\}$
よって　$1\in A$，$2\in A$，
$1\in B$，$2\in B$

「a，b がともに偶数 $\Longrightarrow A\cap B=\{1,\ 2\}$」は偽である。

（反例） $a=4$，$b=8$

このとき，$A=\{1,\ 2,\ 4\}$，$B=\{1,\ 2,\ 4,\ 8\}$ となり，

$A\cap B=\{1,\ 2,\ 4\}$ である。

したがって　イ 2

(3) 「$a\leqq b \Longrightarrow A\subset B$」は偽である。

（反例） $a=3$，$b=5$

このとき，$A=\{1,\ 3\}$，$B=\{1,\ 5\}$ となり，$A\subset B$ ではない。

「$A\subset B \Longrightarrow a\leqq b$」は真である。……（＊）

（証明） $A\subset B$ のとき，A の要素はすべて B の要素となる。

よって，b は，a の正の約数すべてを約数にもつ。

すなわち，b は a の倍数となるから　　$a\leqq b$

したがって　ウ 1

（＊）例えば，
$A=\{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$ $(a=6)$
の場合。$A\subset B$ から，
$1\in B$, $2\in B$, $3\in B$, $6\in B$
である。よって
$B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12\}$
$(b=12)$ などとなる。