高校準備講座数学　チェックテスト　３／２６（火）　氏名（　　　　　　　　　　）

１．$x=\sqrt{5}+\sqrt{2}$，$y=\sqrt{5}-\sqrt{2}$ のとき、次の値を求めなさい。【各２点】

(1) $x+y$　(2) xy　(3) x^2+y^2　(4) x^3+y^3

２．次の二重根号をはずせ。【各３点】

(1) $\sqrt{6-2\sqrt{5}}$　(2) $\sqrt{9+4\sqrt{2}}$　(2) $\sqrt{5-\sqrt{21}}$

類題　※まちがい１問につき類題を２問以上やってくること。○つけも忘れずに。

1．→P.13 の 16　　２．→P.16－１７

<Challenge!!>等式 $a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$ を用いて、次の式を因数分解せよ。（＋5点ずつ）

① $a^3-b^3-6ab-8$

② $(y-z)^3+(z-x)^3+(x-y)^3$

＜Challenge2!!＞

① $|3x+1|-|x-4|$ の絶対値記号をはずせ。（場合分けは3つ！）（完答＋5点）

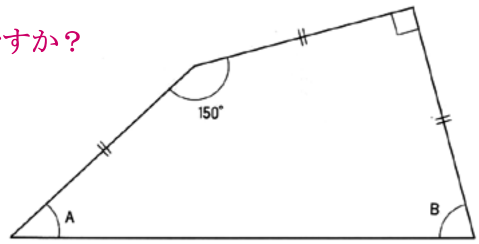
② $x=\dfrac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$，$y=\dfrac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$ のとき、次の値を求めなさい。（各＋2点）

(1) x^2+y^2　(2) x^3+y^3　(3) x^4+y^4　(4) x^5+y^5

③ $x+\dfrac{1}{x}=3\ (x>1)$ のとき、次の値を求めなさい。（各＋3点）

(1) $x^2+\dfrac{1}{x^2}$　(2) $x^3+\dfrac{1}{x^3}$　(3) $x-\dfrac{1}{x}$

＜角度問題＞図のＡとＢの角度は何度ですか？



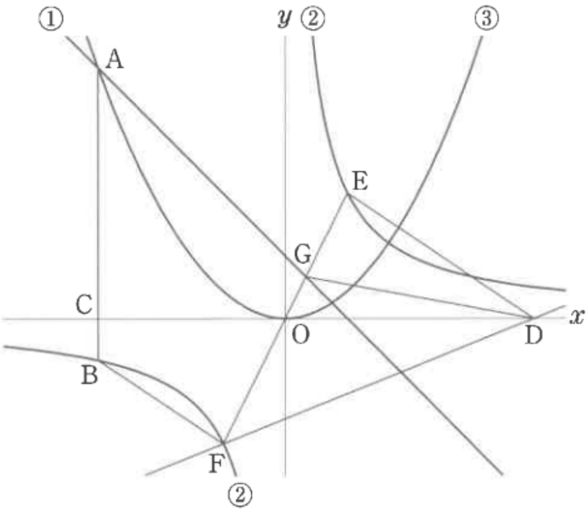
右の図において，直線①は関数 $y=-x+2$ のグラフであり，曲線②は関数 $y=\frac{8}{x}$ のグラフ，曲線③は関数 $y=ax^2$ のグラフである。

点Aは直線①と曲線③との交点で，その x 座標は -6 である。点Bは曲線②上の点で，線分ABは y 軸に平行である。点Cは線分ABと x 軸との交点である。

また，原点をOとするとき，点Dは x 軸上の点で，CO：OD＝3：4であり，その x 座標は正である。

さらに，点Eは曲線②上の点で，その x 座標は2である。点Fは点Eと原点Oについて対称な点である。

このとき，次の問いに答えなさい。



(ア) 曲線③の式 $y=ax^2$ の a の値を答えなさい。

(イ) 直線DFの式を $y=mx+n$ とするときの(i) m の値と，(ii) n の値を答えなさい。

(ウ) 次の $\boxed{}$ の中の「か」「き」「く」にあてはまる数字をそれぞれ0～9の中から1つずつ選び，その数字を答えなさい。

直線①と線分EFとの交点をGとする。四角形ABFGの面積をS，三角形DEGの面積をTとするとき，SとTの比を**最も簡単な整数の比**で表すと，S：T＝$\boxed{かき}$：$\boxed{く}$ である。

中三国語　漢字テスト6

氏名

次の文のカタカナを漢字に直せ。（送り仮名もかく）

① 自分の持ちゴマ

② ユイショあるもの

③ はなからアキラメル

④ ナベ焼きうどん

⑤ クサイにおい

⑥ ヤッカイになる

⑦ 四国にフニンする

⑧ 自分のショウガイ

⑨ ハミガキをする

⑩ 川のテイボウを整備する

⑪ コウテイ的な考え

⑫ 事実がアイマイになる

※配点 ①～⑫ 各0.5点

得点

チェックテスト

1、 $x=\sqrt{5}+\sqrt{2}$, $y=\sqrt{5}-\sqrt{2}$ のとき

(1) $x+y$

$=\sqrt{5}+\cancel{\sqrt{2}}+\sqrt{5}-\cancel{\sqrt{2}}$

$=2\sqrt{5}$ ②

(2) xy

$=(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})$

$=5-2$

$=3$ ②

(3) x^2+y^2

$=(x+y)^2-2xy$

$=(2\sqrt{5})^2-2\cdot 3$

$=20-6$

$=14$ ②

(4) x^3+y^3

$=(x+y)^3-3xy(x+y)$

$=(2\sqrt{5})^3-3\cdot 3\cdot 2\sqrt{5}$

$=40\sqrt{5}-18\sqrt{5}$

$=22\sqrt{5}$ ②

2. (1) $\sqrt{6-2\sqrt{5}}$

和 積

$=\sqrt{5}-\sqrt{1}$

$=\sqrt{5}-1$ ③

(2) $\sqrt{9+4\sqrt{2}}$

$=\sqrt{9+2\sqrt{8}}$

$=\sqrt{8}+\sqrt{1}$

$=2\sqrt{2}+1$ ③

(3) $\sqrt{5-\sqrt{21}}$

$=\sqrt{\dfrac{20-4\sqrt{21}}{4}}$

$=\dfrac{\sqrt{20-2\sqrt{84}}}{2}$

$=\dfrac{\sqrt{14}-\sqrt{6}}{2}$ ③

84	1
42	2
28	3
21	4
14	6

<Challenge!!>

① $(a-b-2)(a^2+b^2+ab+2a-2b+4)$

② $3(y-z)(z-x)(x-y)$ +5

<Challenge2!!>

① (i) $x<-\frac{1}{3}$ のとき $\underline{x-3}$　(ii) $-\frac{1}{3}\leqq x<4$ のとき $\underline{4x-3}$　(iii) $4\leqq x$ のとき $\underline{2x+5}$　完答 +5

② (1) $x^2+y^2=\underline{14}$ +3　(2) $x^3+y^3=\underline{-52}$ +3　(3) $x^4+y^4=\underline{194}$ +3

(4) x^5+y^5

$=\underline{-724}$ +3

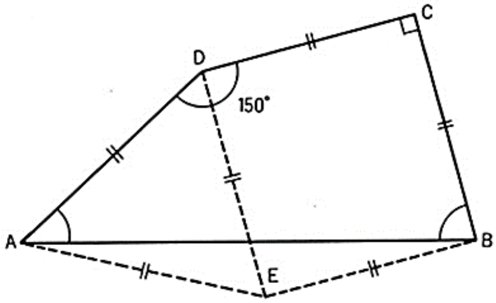
<角度問題>

$\underline{\angle A=45^\circ}$ +3

$\underline{\angle B=75^\circ}$ +3

∠A、∠B、直角、150° の角、それぞれの頂点をA、B、C、Dとします。

四角形BCDEが正方形となるような点Eをとります。



このとき ∠ADE＝150° − 90° ＝60°

しかも DA＝DEになるので、△ADEは正三角形、

よって ∠EAD＝60°

EA＝EBなので、△EABは二等辺三角形、

しかも ∠AEB＝60° ＋90° ＝150°

よって、∠EAB＝∠EBA＝(180－150)÷2＝15°

したがって元図の

Aの角度は 60° − 15° ＝45°

B の角度は 90° − 15° ＝75°

① 自分の持ちゴマ　駒

② ユイショあるもの　由緒

③ はなからアキラメル　諦める

④ ナベ焼きうどん　鍋

⑤ クサイにおい　臭い

⑥ ヤッカイになる　厄介

⑦ 四国にフニンする　赴任

⑧ 自分のショウガイ　生涯

⑨ ハミガキをする　歯磨き

⑩ 川のテイボウを整備する　堤防

⑪ コウテイ的な考え　肯定

⑫ 事実がアイマイになる　曖昧

<Challenge!!> * $a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$

① $a^3-b^3-6xy-8$

$=a^3+(-b)^3+(-2)^3-3\cdot a\cdot(-b)\cdot(-2)$ ← 正体 ($a=a$, $b=-b$, $c=-2$ とみなしただけ!)

$=(a-b-2)\{a^2+b^2+4-a\cdot(-b)-(-b)\cdot(-2)-(-2)\cdot a\}$

$=(a-b-2)(a^2+b^2+4+ab-2b+2a)$

$=(a-b-2)(a^2+b^2+ab+2a-2b+4)$

どちらも正解

② $a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$ より

移項

$a^3+b^3+c^3=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)+3abc$ …①

ここで

$a=y-z$, $b=z-x$, $c=x-y$ とすると

$a+b+c=y-z+z-x+x-y$

$=0$

よって①の右辺は $=\underbrace{0\cdot(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)}_{=0}+3abc$

$=3abc$

$=3(y-z)(z-x)(x-y)$

<Challenge!!> ＊ $a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$

① $a^3-b^3-6xy-8$

$=a^3+(-b)^3+(-2)^3-3\cdot a\cdot(-b)\cdot(-2)$ ← 正体 ($a=a,\ b=-b,\ c=-2$ となっただけ!)

$=(a-b-2)\{a^2+b^2+4-a\cdot(-b)-(-b)\cdot(-2)-(-2)\cdot a\}$

$=(a-b-2)(a^2+b^2+4+ab-2b+2a)$

$=(a-b-2)(a^2+b^2+ab+2a-2b+4)$

どちらも正解

② $a^3+b^3+c^3\underbrace{-3abc}_{\text{移項}}=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$ より

$a^3+b^3+c^3=\underline{(a+b+c)}(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)+3abc$ …①

ここで

$a=y-z,\ b=z-x,\ c=x-y$ とすると

$a+b+c=y-z+z-x+x-y$

$=\underline{0}$

よって①の右辺は $=\underbrace{0\cdot(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)}_{0}+3abc$

$=3abc$

$=\underline{3(y-z)(z-x)(x-y)}$

<Challenge 2!!>

① $|3x+1| - |x-4|$

$3x+1=0$ $\quad x = -\frac{1}{3}$ $\qquad x-4=0$ $\quad x=4$

	(i)	$-\frac{1}{3}$	(ii)	4	(iii)
$3x+1$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$x-4$	$-$	$-$	$-$	0	$+$

(i) $x < -\frac{1}{3}$ のとき

$|\underset{負}{3x+1}| - |\underset{負}{x-4}|$

$= -(3x+1) + (x-4)$

$= -3x-1 + x-4$

$= \underline{x-3}$

(ii) $\frac{1}{3} \leqq x < 4$ のとき

$|\underset{正}{3x+1}| - |\underset{負}{x-4}|$

$= 3x+1 + (x-4)$

$= 3x+1+x-4$

$= \underline{4x-3}$

(iii) $4 \leqq x$ のとき

$|3x+1| - |x-4|$

$= 3x+1 - (x-4)$

$= 3x+1-x+4$

$= \underline{2x+5}$

② $x = \dfrac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$ $\qquad$ $y = \dfrac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$

$= \dfrac{1-2\sqrt{3}+3}{-2}$ $\qquad$ $= \dfrac{1+2\sqrt{3}+3}{-2}$

$= \dfrac{4-2\sqrt{3}}{-2}$ $\qquad$ $= \dfrac{4+2\sqrt{3}}{-2}$

$= -2+\sqrt{3}$ $\qquad$ $= -2-\sqrt{3}$

$x+y = -4 \qquad xy = 1$

(1) x^2+y^2

$= (x+y)^2 - 2xy$

$= (-4)^2 - 2\cdot 1$

$= 16-2$

$= \underline{14}$

(2) x^3+y^3

$= (x+y)^3 - 3xy(x+y)$

$= (-4)^3 - 3\cdot 1\cdot(-4)$

$= -64+12$

$= \underline{-52}$

(3) x^4+y^4

$= (x^2+y^2)^2 - 2x^2y^2$

$= 14^2 - 2\cdot 1$

$= 196-2$

$= \underline{194}$

(4) x^5+y^5

$= (x^2+y^2)(x^3+y^3) - x^2y^3 - x^3y^2$

$= 14\cdot(-52) - \underbrace{x^2y^2}_{1}\underbrace{(x+y)}_{-4}$

$= -728+4$

$= \underline{-724}$

<challenge 2!!>

③ $x+\frac{1}{x}=3$ $(x>1)$ のとき

(1) $x^2+\frac{1}{x^2}$

$=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2\cdot x\cdot\frac{1}{x}$

$=9-2$

$=\underline{7}$

(2) $x^3+\frac{1}{x^3}$

$=\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3x\cdot\frac{1}{x}\left(x+\frac{1}{x}\right)$

$=3^3-3\cdot1\cdot3$

$=27-9$

$=\underline{18}$

(2) $x-\frac{1}{x}$

↓ 2乗して考える

$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2$

$=x^2+\frac{1}{x^2}-2x\cdot\frac{1}{x}$

$=x^2+\frac{1}{x^2}-2$

$=7-2$

$=5$

$x-\frac{1}{x}>0$ より

$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=5$

$x-\frac{1}{x}=\underline{\sqrt{5}}$

平方根のうち正の方

問4

(ア) $y=-x+2$ に $x=-6$ を代入

$y=8$　A$(-6,8)$ を $y=ax^2$ に代入

$8=36a$

$a=\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$　　$a=\frac{2}{9}$

(イ) $y=\frac{8}{x}$ に $x=2$ を代入

$y=4$　E$(2,4)$

FはEと点対称だから F$(-2,-4)$

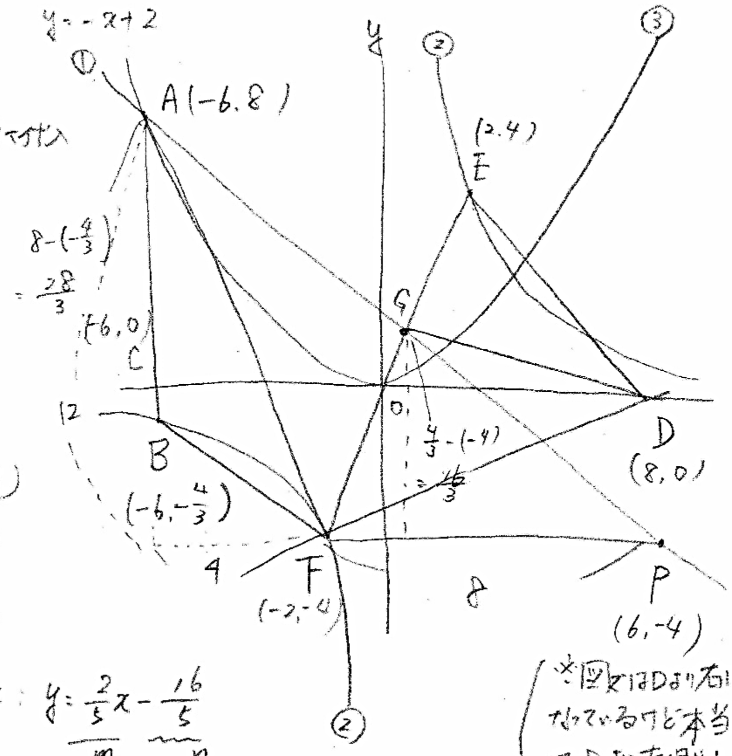
CO : OD = 3 : 4 より D$(8,0)$

E$(2,4)$ D$(8,0)$ を通る直線

$\begin{cases} -4=-2a+b \\ 0=8a+b \end{cases}$　　$0=8\times\frac{2}{5}+b$　　DF : $y=\underbrace{\frac{2}{5}}_{m}x-\underbrace{\frac{16}{5}}_{n}$

$-4=-10a$　　$b=-\frac{16}{5}$

$a=\frac{2}{5}$



※図ではDより右になっているけど本当はDより左側!

(△AFP−△GFP)　Gを求める

$\begin{cases} y=2x \\ y=-x+2 \end{cases}$　　$2x=-x+2$　$3x=2$　$x=\frac{2}{3}$　　G$\left(\frac{2}{3},\frac{4}{3}\right)$

(ウ) ABFG = △ABF + △AGF
S

$=\frac{28}{3}\times4\times\frac{1}{2}+8\times\left(12-\frac{16}{3}\right)\times\frac{1}{2}$

$=\frac{56}{3}+\frac{80}{3}$

$=\frac{136}{3}$

△DEG = △EOD − △GOD
T

$=8\times\left(4-\frac{4}{3}\right)\times\frac{1}{2}$

$=\frac{32}{3}$

S : T $=\frac{136}{3}:\frac{32}{3}$

$=136:32$

$=68:16$

$=17:4$