

1. 次の式を因数分解せよ。【各 3 点】

(1) $8x^3 + 1$

(2) $125x^3 - 64$

(3) $27x^3 - 27x^2y + 9xy^2 - y^3$

(4) $8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3$

2. 次の値を求めよ。【各 2 点】

(1) $|-3| - |6|$

(2) $|\sqrt{2} - \sqrt{3}|$

3. 次の場合について $|x+3|$ の絶対値をはずせ。【各 2 点】

(1) $x \geq -3$

(2) $x < -3$

類題 ※まちがい 1 問につき類題を 1 問以上やってくる。○つけも忘れずに。

1. (1) (2) → P.8-24 (3) (4) → P.8-25

2. → P.10-3 3. → P.10 の 4

<Challenge!!> (+5点)

次の式を因数分解せよ。

① $a^2(b+c) + b^2(c+a) + c^2(a+b)$

② $a^3(b-c) + b^3(c-a) + c^3(a-b)$

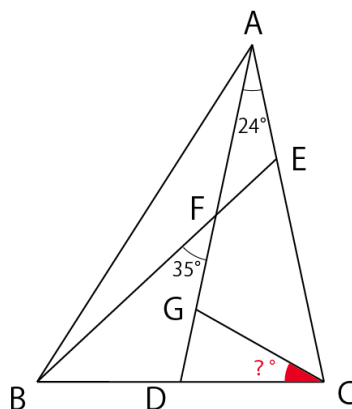
③ $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

<角度問題>

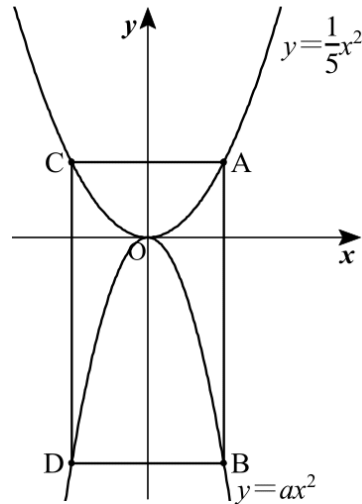
下の図において、 **$BD=DC$** 、 **$AD=AC$** 、

$BF=DF+DG$ となっているとき、

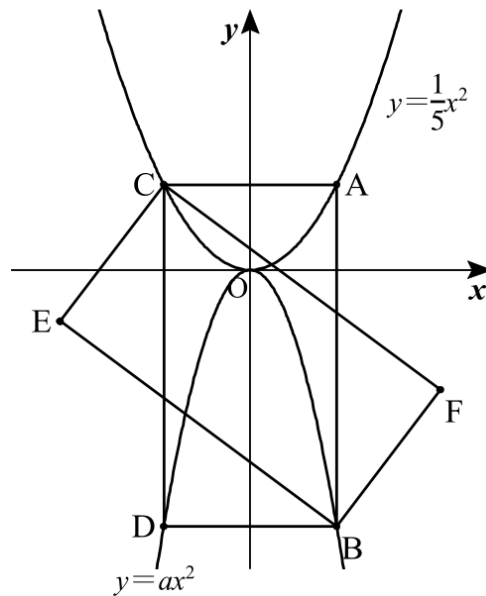
$\angle DCG$ の角度は？



右の図のように、関数 $y = \frac{1}{5}x^2$ のグラフ上に点 A があり、点 A を通り、 y 軸に平行な直線と関数 $y = ax^2$ のグラフとの交点を B とする。点 A の x 座標は 5 で、点 B の y 座標は -15 である。また、2 点 A、B と y 軸に関して対称な点をそれぞれ C、D とし、長方形 ACDB をつくる。このとき、次の (1) ～ (3) の問いに答えなさい。ただし、 $a < 0$ とする。



- (1) a の値を求めなさい。
- (2) 2 点 B、C を通る直線の式を求めなさい。
- (3) 下の図のように、長方形 ACDB と合同な長方形 CEBF をかいた。このとき、2 点 E、F を通る直線の式を求めなさい。



⑪ ソデをまくる	⑨ ミヤゲを買う	⑦ サシツカエない	⑤ カンヌシの正装	③ サッソク探してくる	① 泣いてアヤマル
⑫ ショウギを指す	⑩ 親ユズリの性格	⑧ カゼをひく	⑥ 下宿にコモル	④ においをカグ	② レイラクした姿

※配点 ①～⑫ 各 0.5 点

得点

中三国語 漢字テスト 5 氏名

次の文のカタカナを漢字に直せ。(送り仮名もかく)

1. (1) $8x^3 + 1$

$= (2x+1)(4x^2-2x+1)$ ③

(2) $125x^3 - 64$

$= (5x-4)(25x^2+20x+16)$ ③

(3) $27x^3 - 27x^2y + 9xy^2 - y^3$

$= (3x-y)^3$ ③

(4) $8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3$

$= (2x+3y)^3$ ③

2. (1) $|-3| - |6|$

$= -(-3) - 6$

$= 3 - 6$

$= -3$ ②

(2) $|\sqrt{2} - \sqrt{3}|$

$\sqrt{2} < \sqrt{3}$

$= -(\sqrt{2} - \sqrt{3})$

$= -\sqrt{2} + \sqrt{3}$ ②

3. (1) $x \geq -3$ のとき

$|x+3| = x+3$ ②
正

(2) $x < -3$ のとき

$|x+3| = -(x+3)$
負 $= -x-3$ ②

⑪ ソデをまくる

袖

⑨ ミヤゲを買う

土産

⑦ サシツカエない

差し支え

⑤ カンヌシの正装

神主

③ サツソク探してくる

早速

① 泣いてアヤマル

謝る

⑫ ショウギを指す

将棋

⑩ 親ユズリの性格

譲り

⑧ カゼをひく

風邪

⑥ 下宿にコモル

籠る

④ においをカグ

嗅ぐ

② レイラクした姿

零落

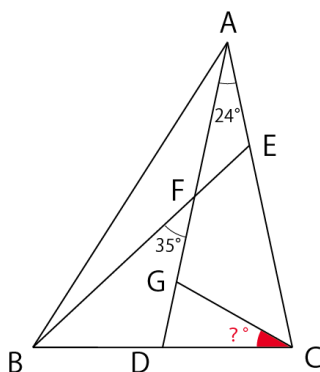
$$\angle DCG = \angle DBH = \underline{29.5^\circ}$$

今回は 2012 年のジュニア大会の決勝問題。意味深な問題設定が特徴的な角度問題です。

条件が意味深すぎるので方針は立てやすいかも。。。？

【問題】難易度：★★★★☆

下の図において、 $BD=DC$ 、 $AD=AC$ 、 $BF=DF+DG$ となっているとき、**角 DCG の角度は？**



【解説】↓

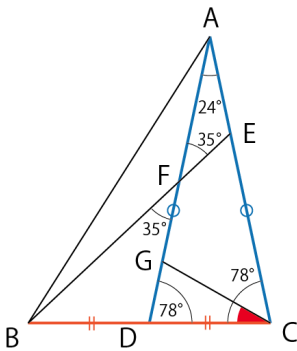
1・【鉄則その1・図は自分で描く】

二等辺三角形 ACD を初めに描いて、BD を付け足すという手順で描けば作図はフリーハンドでもさほど難しくないでしょう。G の位置が少し難しいですが、目算で BF と DF の差になりそうな位置を見つけましょう。

2・【鉄則その2・数値を書き入れる】

いつも通り**等辺には印をつけて強調し、図がごちゃごちゃしない程度に角度を書き入れ**ておきましょう。

ここで着目すべきは「**BD=DC という条件からは角度の情報が引き出せない**」ということです。次の段階でうまく操作によってこの条件が活きてくるはずですが、現段階では？に対してめぼしい情報は得られません。



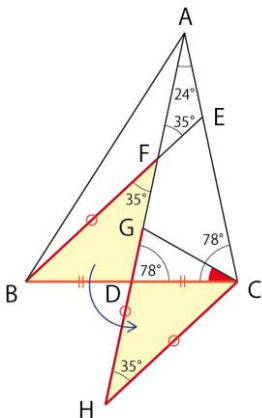
3・【鉄則その3・関連性を探る】

意味深な辺の長さの条件「 $BF=DF+DG$ 」が今回の問題の鍵であることは皆さんもお分かりでしょう。こんなにあからさまに作為的な条件も珍しいものです。

これまで様々な問題で出てきた「**分散した角度の条件は1箇所に集める**」という手法と類似の手法を使用しましょう。

図形問題、特に**角度問題**では有名三角形や**二等辺三角形**が役に立つという**経験則**が染み付いていますから、この条件から「**二等辺三角形が作れる**」という発想に至ります。

さらに、前の段階で目をつけていた $BD=DC$ もうまく使ってやりましょう。



上の図のように三角形 BDF をくるっと回転させて BD と DC が重なるようにくっつけます。すると、「 $BF=DF+DG$ 」によって**三角形 CGH** は**二等辺三角形**となります。

- 分散している条件は1箇所に集める
- 等辺が出てきたらとりあえずくっつける
- 他の条件とコンビネーションで使えないか考える

大問 2 (関数)

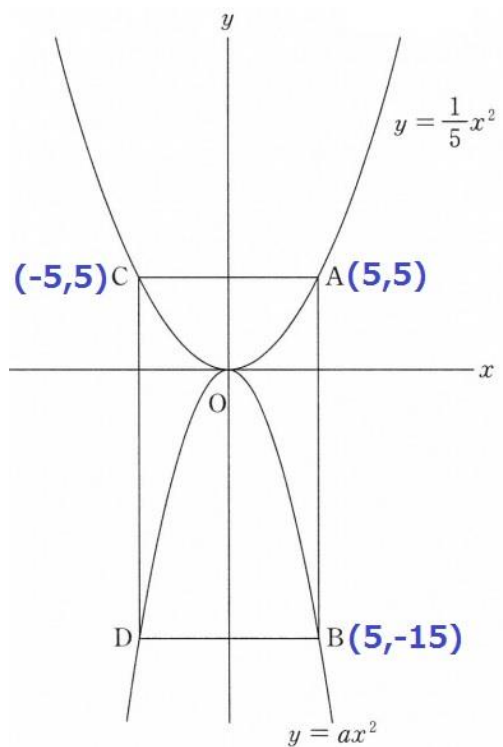
(1)

B (5、-15) を $y = a x^2$ に放り込む。

$$-15 = 25 a$$

$$a = -3/5$$

(2)



$y = 1/5 x^2$ に $x = 5$ を代入して、A (5、5)

A を y 軸について対称移動した C (-5、5)

C (-5、5) $\Rightarrow$ B (5、-15)

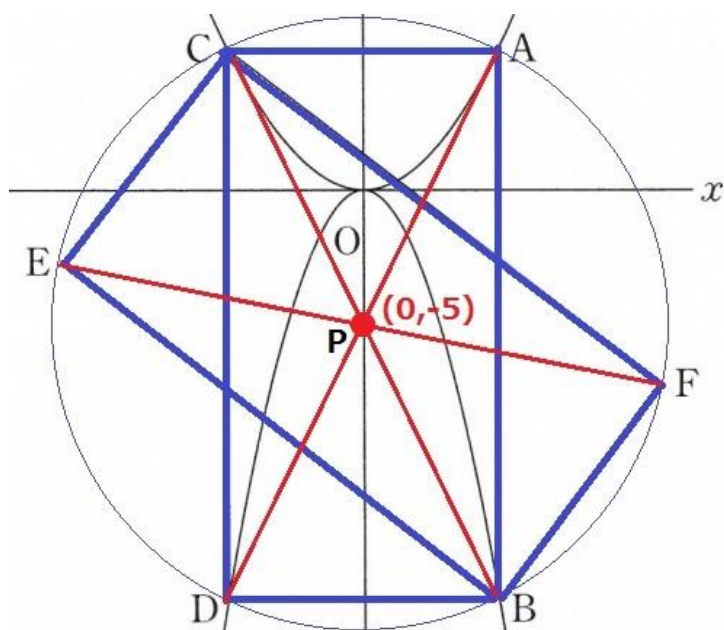
右に 10、下に 20 だから、傾きは $-20/10 = -2$

C から右に 5、下に 10 移動して、切片は $5 - 10 = -5$

$$y = -2x - 5$$

(3)

艱難辛苦(ゝノ・ω・`)



対角線の交点を P とする。

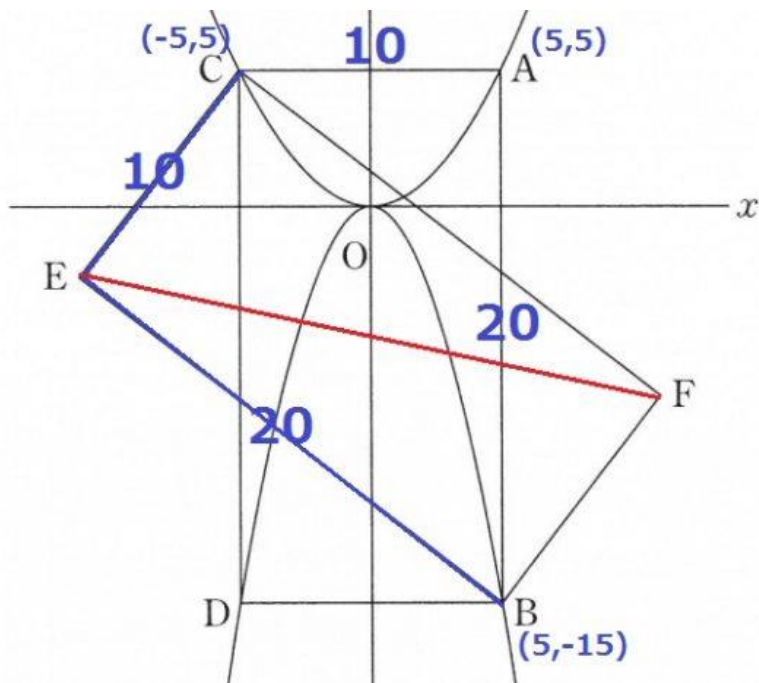
P は長方形の重心にあたり、対角線 B C の中点で (0、-5)。

(* 前問の式の切片にあたる)

すべての頂点は P C を半径とする同一円周上にある。

つまり、長方形 C E B F は回転の中心を P として長方形 A C D B を回転移動させた図形。

対角線 E F の切片も - 5 である。



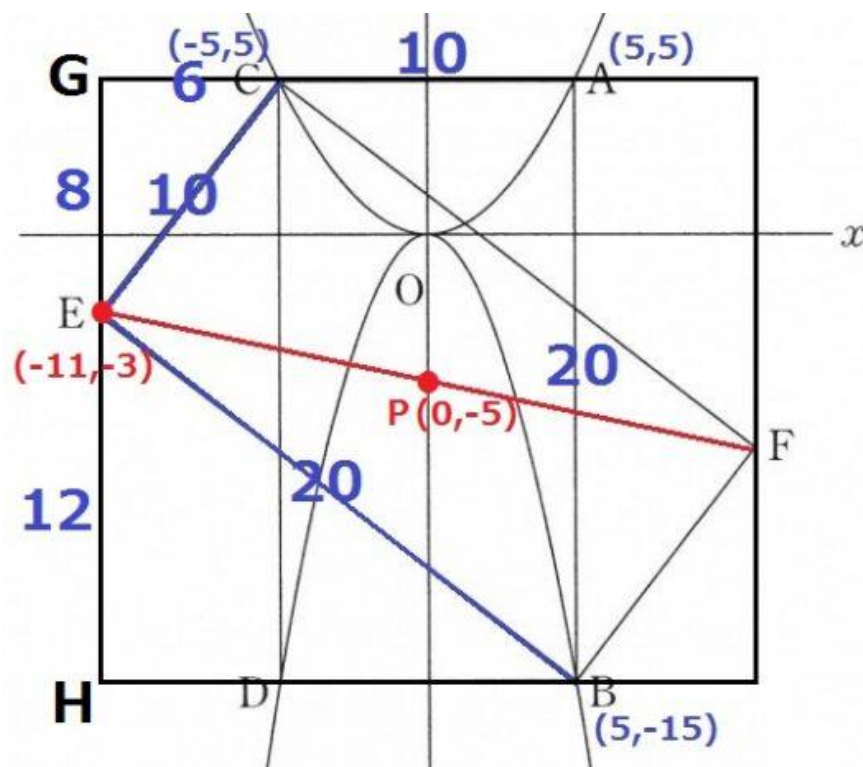
設定がシンプルゆえ、使える情報といえば長方形の長さくらいしかない(;´ω`)

そのなかで特に気になるのが**ナナメの 10(CE)と 20(EB)**。

$$x^2 + 4x - 60$$

$$= (x + 10)(x - 6) = 0$$

x は長さなので $x > 0$ より、 $x = 6$



$$GC = 6, EH = 6 \times 2 = 12$$

$$GE = 20 - 12 = 8$$

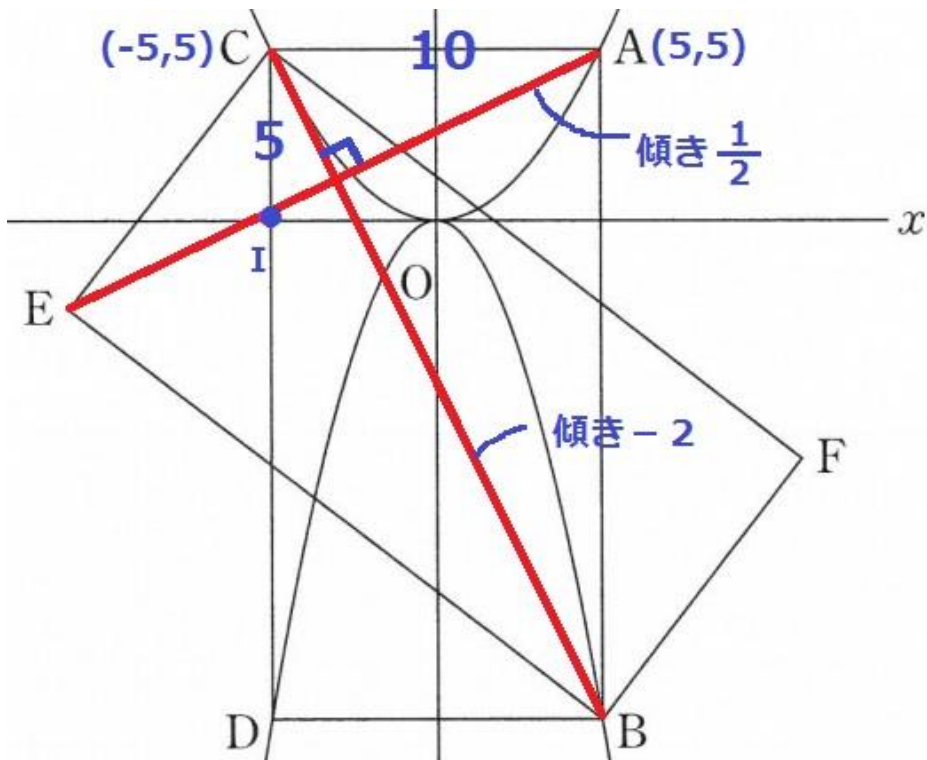
C (-5, 5) から左に 6、下に 8 移動して E (-11, -3)。

E から P までは右に 11、下に 2 だから、傾きは $-2/11$ 。

したがって、EF は $y = -2/11x - 5$

大変。(つд`。)。。

@別解@



$\triangle ABC$ と $\triangle EBC$ は合同な長方形の半分で合同だから、

BC を対称の軸とすると A と E は対称の点にある。

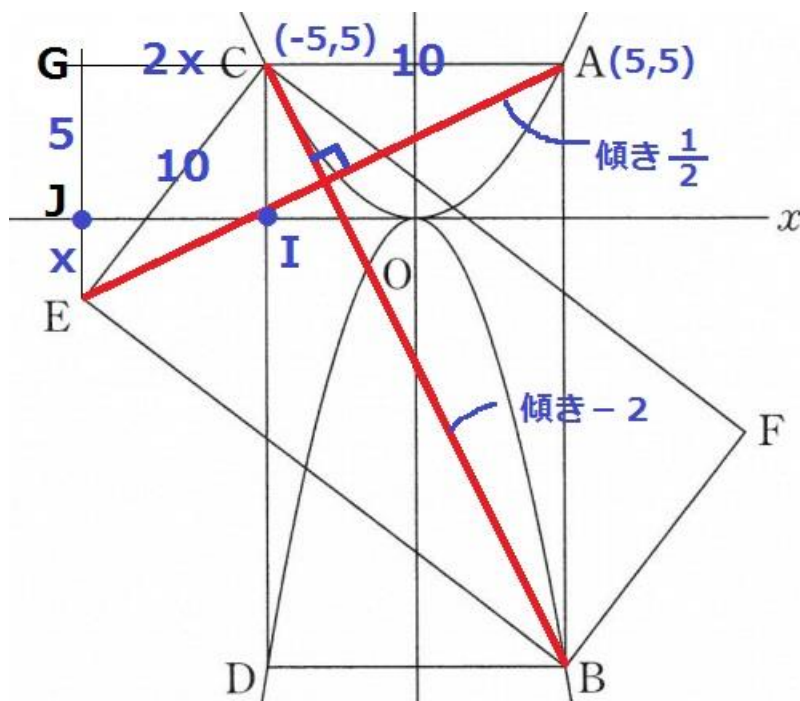
ということは、 AE と BC は垂直に交わっている。

BC の傾きは -2 。

直交する2直線の傾きの積は -1 なので、 AE の傾きは $1/2$ 。

CD と x 軸の交点を I とする。

$CA=10$ 、 $CI=5$ で I の傾きも $1/2$ だから、 I は AE 上の点である。



GE と x 軸の交点を J とする。

$J E = x$ とすると、 $J I = G C = 2 x$

$$G \ J = C \ I = 5$$

$\triangle GCE$ で三平方。

$$(2x)^2 + (x + 5)^2 = 10^2$$

$$5x^2 + 10x - 75 = 0$$

$$x^2 + 2x - 15$$

$$= (x + 5)(x - 3) = 0$$

$x > 0$ だから、 $x = 3$

EはCから左に6、下に8の点だとわかります。

