# 数学 <解答と解説>　新中3入試チャレンジ

**解答**

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **問1** | (ア) 3 | (イ) 3 | (ウ) 2 | (エ) 4 | (オ) 2 | |
| **問2** | (ア) 1 | (イ) 3 | (ウ) 3 | (エ) 4 | (オ) 2 | (カ) 3 |
| **問3** | (ア) 4 | (イ) 5 | (ウ) $\frac{1}{4}$ | (エ) 846(人) | | |
| **問4** | (ア)(i) 3 | (ii) 3 | (イ) $\left(-\frac{5}{4},\ \frac{5}{4}\right)$ | | | |
| **問5** | (ア)(a) 1 | (b) 3 | (イ) 82(°) | (ウ) 51(cm²) | | |
| **問6** | (ア) 2 | (イ) 5 | (ウ) $\frac{584}{3}$(cm³) | | | |

**配点**

**問1**　各3点×5＝15点　計15点

**問2**　各4点×6＝24点　計24点

**問3**　(ア)(イ)(ウ)各4点×3＝12点　(エ)5点　計17点

**問4**　各5点×3＝15点　計15点

**問5**　(ア)各2点×2＝4点　(イ)(ウ)　各5点×2＝10点　計14点

**問6**　各5点×3＝15点　計15点

合計100点

**問1**　計算問題

(ア)　$(-2)^3-3^2\times(-2)=(-8)-9\times(-2)=-8+18=10$

(イ)　$-\frac{1}{2}\div\frac{4}{3}-\left(-\frac{1}{8}\right)=-\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}+\frac{1}{8}=-\frac{3}{8}+\frac{1}{8}=-\frac{2}{8}=-\frac{1}{4}$

(ウ)　$-x+3y+5x-y=(-1+5)x+(3-1)y=4x+2y$

(エ)　$-12x^2y\div3y\times(-2x)=-\frac{12x^2y}{3y}\times(-2x)=-4x^2\times(-2x)=8x^3$

(オ)　$\frac{4a-5b}{3}-\frac{a-3b}{2}=\frac{2(4a-5b)-3(a-3b)}{6}=\frac{8a-10b-3a+9b}{6}=\frac{5a-b}{6}$

**問2**　単問集合

(ア)　$\ell=\frac{2\pi(a-b)}{3}$

両辺を入れかえて，　$\frac{2\pi(a-b)}{3}=\ell$

両辺を3倍して，　$2\pi(a-b)=3\ell$

両辺を$\frac{1}{2\pi}$倍して，　$a-b=\frac{3\ell}{2\pi}$

$-b$を右辺に移項して，　$a=\frac{3\ell}{2\pi}+b$

(イ)　分速$x$mで5分間進むと$5x$(m)進むので，残りの道のりは$(1200-5x)$m，残りの道のりが$y$(m)以上だから，

$1200-5x\geqq y$と表されます。

(ウ)　$\begin{cases}0.3x-0.5y=1 & \cdots① \\ \frac{2}{5}x+\frac{3}{4}y=7 & \cdots②\end{cases}$

①×30＋②×20より，

$$\begin{array}{rrl} & 9x-15y &= 30 \\ +) & 8x+15y &= 140 \\ \hline & 17x &= 170 \end{array}$$

$=170$より，$x=10$

これを$9x-15y=30$に代入して，$90-15y=30$，これを解いて，$y=4$となります。

(エ)　$x$の値が$-2$から3まで増加するとき，$x$の増加量は$3-(-2)=5$だから，

$y$の増加量＝変化の割合×$x$の増加量$=3\times5=15$となります。

(オ)　多角形の外角の和は360°であることから，正二十四角形の1つの外角の大きさは，$360°\div24=15°$となり，1つの内角の大きさは，$180°-15°=165°$と求めることができます。

〔別解〕

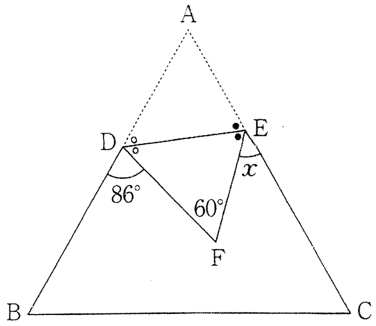
$n$角形の内角の和は$180°\times(n-2)$であることから，正二十四角形の内角の和は$180°\times(24-2)=180°\times22=3960°$となります。

よって，1つの内角の大きさは，$3960°\div24=165°$とわかります。

(カ)　1. 10分未満の生徒の割合は，A中学校が$10\div40=0.25$，B中学校が$10\div50=0.2$だから異なります。2. 最頻値は，A中学校が12.5，B中学校が17.5だから異なります。3. 中央値を含む階級は，A中学校，B中学校ともに10分以上15分未満で同じです。4. B中学校で通学時間が18分の生徒は15分以上20分未満の階級に属します。50人の生徒の中で，0分以上15分未満までに26人の生徒がいるため，通学時間の短いほうから数えて25人の中には入っていません。したがって，正しいものは3となります。

**問3**　単問集合

(ア)　右の図において，折り返した図形なので，三角形ADEと三角形FDEは合同な図形です。よって，対応する角は等しいので，○をつけた2つの角と，●をつけた2つの角はそれぞれ等しくなります。また，三角形ABCは正三角形で，∠DAE＝60°なので，∠DFE＝60°となります。これらのことから，○＝(180°－86°)÷2＝47°，●＝180°－(60°＋○)＝180°－(60°＋47°)＝73°，∠$x$＝180°－●×2＝180°－73°×2＝34°と求めることができます。




(イ)　四角形ABCDは平行四辺形だからAD // ECです。三角形AECと三角形DCEは，底辺がCEで等しく，AD // ECであり，高さも等しいことから，(△AECの面積)＝(△DCEの面積)とわかります。また，(△AEFの面積)＝(△AECの面積)－(△CEFの面積)，(△CDFの面積)＝(△DCEの面積)－(△CEFの面積)，よって，(△AEFの面積)＝(△CDFの面積)とわかります。

(ウ)　さいころを2回投げるとき，目の出方は全部で36通りあります。1回目に出た目の数をA，2回目に出た数をBとすると，得点が5点になるのは，Aが1，2，3，4，5のいずれかで，Bが5のとき(右の表の○)と，Aが5で，Bが1，2，3，4のいずれかのとき(右の表の△)とわかります。

よって，9通りが条件を満たすので，求める確率は，$\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$となります。

| A＼B | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | ○ | |
| 2 | | | | | ○ | |
| 3 | | | | | ○ | |
| 4 | | | | | ○ | |
| 5 | △ | △ | △ | △ | ○ | |
| 6 | | | | | | |

(エ) 去年の男子の生徒数を $x$ 人，女子の生徒数を $y$ 人とすると，去年の生徒数から，$x+y=1500$ …①，今年の男子の生徒数は，去年と比べ6%減っているので，$0.94x$(人)と表すことができます。

また，今年の女子の生徒数は，去年と比べ10%増えているので，$1.1y$(人)と表すことができます。

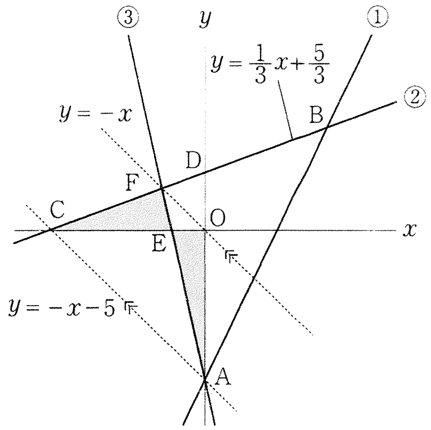
よって，今年の生徒数から，$0.94x+1.1y=1506$ …②

①，②を連立方程式として解くと，$x=900$，$y=600$，これらの解は問題に適しているから，去年の男子の生徒数は900 人とわかります。したがって，今年の男子の生徒数は，$900\times0.94=846$(人)と求めることができます。

**問4** 一次関数

(ア) 点Bは直線①上の点で，$x=4$ であるから，$y=2x-5$ に $x=4$ を代入して，$y=2\times4-5=3$ よってB(4, 3)となることがわかります。直線②はB(4, 3)とC(−5, 0)を通るから，$y=mx+n$ にそれぞれの座標を代入すると，$3=4m+n$ …(1)，$0=-5m+n$ …(2)が成り立ちます。(1)−(2)より，$3=9m$，これを解いて，$m=\frac{1}{3}$，これを(1)に代入して，$3=\frac{4}{3}+n$，これを解いて，$n=\frac{5}{3}$となることがわかります。

(イ) 点Aと点Cを通る直線を引き，△AECをつくります。




(△CEFの面積)＝(△AEOの面積)なので，

(△CEFの面積)＋(△AECの面積)

＝(△AEOの面積)＋(△AECの面積)となります。

よって，(△CAFの面積)＝(△ACOの面積)となり，底辺がACで共通していて，高さが等しい三角形であることから，AC // OFとわかります。

A(0, −5)とC(−5, 0)より，直線ACの式は，

傾きが$\frac{-5-0}{0-(-5)}=-1$，切片が−5となることから，

$y=-x-5$ とわかります。直線OFは直線ACと平行なので，直線OFの式は $y=-x$ で，点Fは直線 $y=-x$ と直線 $y=\frac{1}{3}x+\frac{5}{3}$ の交点だから，その $x$ 座標は $-x=\frac{1}{3}x+\frac{5}{3}$ より，$x=-\frac{5}{4}$，

$y$ 座標は，$y=-x$ に $x=-\frac{5}{4}$ を代入して，

$y=-\left(-\frac{5}{4}\right)$，$y=\frac{5}{4}$ となります。

よって，Fの座標は$\left(-\frac{5}{4},\ \frac{5}{4}\right)$となることがわかります。

**問5** 平面図形

(ア)(a) ①，②，③より対応する２組の辺とその間にはさまれた角が等しいことがわかるので，合同条件は「２組の辺とその間の角がそれぞれ等しい」があてはまります。

(b) ∠DCE＋∠ECG＝∠BCF＋∠BCGであり，∠DCE＋∠ECG＝∠DCG，∠BCF＋∠BCG＝∠FCGであることから，∠DCG＝∠FCGとなります。

(イ) ∠DCE＝16°のとき，∠ECB＝90°－∠DCE＝90°－16°＝74°，直線CHは∠ECBの二等分線だから，∠ECH＝$\frac{1}{2}$∠ECB＝74°×$\frac{1}{2}$＝37° また，△CDE≡△CBFより，対応する辺の長さは等しいので，CE＝CF，∠ECF＝∠ECB＋∠BCF＝∠ECB＋∠DCE＝∠BCD＝90°だから，△CEFは直角二等辺三角形で，∠CEH＝45°

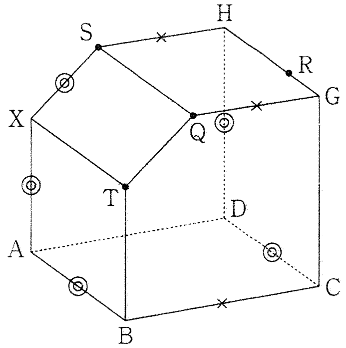
よって，∠EHG＝∠ECH＋∠CEH＝37°＋45°＝82°となります。

(ウ) AF＝AB＋BF＝CD＋DE＝24＋7＝31(cm)，(ア)より∠FCG＝∠FGC だから，∠FCG は二等辺三角形で，FC＝FG また，△CDE≡△CBF より CE＝CF だから，FG＝FC＝CE＝25(cm)，よって，AG＝AF－FG＝31－25＝6(cm)，さらに，AE＝AD－DE＝CD－DE＝24－7＝17(cm)だから，△AGE の面積は，$\frac{1}{2}\times6\times17=51$(cm$^2$)と求めることができます。

**問6** 空間図形

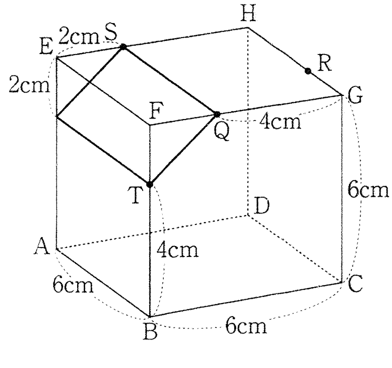
(ア) 空間内で，平行でなく交わらない2つの直線を，ねじれの位置にあるといいます。辺 AD と平行な辺(右の図1の×印)，および，辺 AD と交わる辺(右の図1の◎印)を除くと，辺 TB，辺 CG，辺 GH，辺 QS，辺 TX，辺 QT の6本です。

図1




(イ) 求める立体の体積は，右の図2の1辺が6 cm の立方体から三角形 FQT を底面，EF を高さとする三角柱を取り除いた立体だから，体積は，$6^3-\frac{1}{2}\times2\times2\times6=216-12=204$(cm$^3$)と求めることができます。

図2




(ウ) 求める立体の体積は，(イ)で求めた立体の体積から右の図3で黒くぬった立体を取り除いたものです。黒くぬった立体は，三角柱から四角すいを取り除いた立体だから，その体積は，

$\frac{1}{2}\times2\times2\times6-\frac{1}{3}\times2\times2\times2=12-\frac{8}{3}=\frac{28}{3}$(cm$^3$)となります。

よって，図3の立体の体積は，$204-\frac{28}{3}=\frac{584}{3}$(cm$^3$)と求めることができます。

図3