● 数学　第5回

解答

問1　(ア)　4　(イ)　2　(ウ)　4　(エ)　1　(オ)　4

問2　(ア)　1　(イ)　1　(ウ)　4　(エ)　3　(オ)　3

問3　(ア)　(i)　(a)　4　(b)　1　(c)　3　(ii)　2　(イ)　(i)　6　(ii)　2

(ウ)　あ　1　い　5　う　2

(エ)　え　1　お　2　か　9　き　6

問4　(ア)　5　(イ)　(i)　3　(ii)　4

(ウ)　く　2　け　2　こ　8　さ　7

問5　(ア)　2　(イ)　し　2　す　9

問6　(ア)　2　(イ)　3　(ウ)　せ　6　そ　2　た　9　ち　5

配点

問1　各3点×5＝15点

問2　各4点×5＝20点

問3　(ア)(i)(a)2点，(b)(c)3点
(ii)4点
(イ)(i)3点，(ii)3点
(ウ)5点，(エ)5点

問4　(ア)4点，(イ)5点，(ウ)6点

問5　各5点×2＝10点

問6　(ア)4点，(イ)5点，(ウ)6点

―採点基準―　**問3**(ア)(i)(b)(c)　完答。

問4(イ)　完答。

〔解説〕

問1　(イ)　$-\frac{2}{3}+\frac{1}{2}=-\frac{4}{6}+\frac{3}{6}=-\left(\frac{4}{6}-\frac{3}{6}\right)=-\frac{1}{6}$

(エ)　$\frac{2x+5y}{9}-\frac{x+7y}{6}=\frac{2(2x+5y)-3(x+7y)}{18}=\frac{4x+10y-3x-21y}{18}=\frac{x-11y}{18}$

(オ)　$(\sqrt{7}+2)(\sqrt{7}-3)-2(\sqrt{7}-4)=7-\sqrt{7}-6-2\sqrt{7}+8=9-3\sqrt{7}$

問2　(ア)　$x+5=X$ とおく。$(x+5)^2-10(x+5)+9=X^2-10X+9=(X-1)(X-9)=(x+5-1)(x+5-9)=(x+4)(x-4)$。

(イ)　解の公式より，$x=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-4\times2\times(-5)}}{2\times2}=\frac{-4\pm2\sqrt{14}}{4}=\frac{-2\pm\sqrt{14}}{2}$。

(ウ)　1次関数の変化の割合が負なので，$x=-1$ と $y=b$，$x=2$ と $y=2$ がそれぞれ対応する。$y=-3x+a$ に $x=2$，$y=2$ を代入すると，$2=-3\times2+a$，$a=8$。$y=-3x+8$ に $x=-1$，$y=b$ を代入すると，$b=-3\times(-1)+8=11$。

(エ)　(時間)＝(道のり)÷(速さ)の公式にあてはめる。時速3kmを分速になおすと，(3000÷60＝)50mだから，かかった時間は，$x\div50=\frac{1}{50}x$(分)。

(オ)　$2520=2^3\times3^2\times5\times7$ より，$n=2\times5\times7=70$ のとき，$\frac{2520}{n}=\frac{2^3\times3^2\times5\times7}{2\times5\times7}=2^2\times3^2=(2\times3)^2=6^2$ となる。

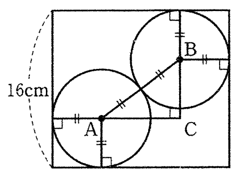
問3　(ア)　(ii)　(i)より，∠ACB＝∠FAD＝36°。DA∥ECより，平行線の同位角は等しいから，∠BGD＝∠BCE＝∠ACE－∠ACB＝97°－36°＝61°。

(イ)　与えられた説明にあてはまるヒストグラムは，上から順に，・A，C，E，F　・C，E，F　・F　・A，B，C，D，F　・A，B，D　・B，C。よって，1年1組のヒストグラムはF，3年1組のヒストグラムはB。なお，4時間以上5時間未満の階級の相対度数は小さい順に，C，F，B，E，A，Dとなる。度数の合計が同じヒストグラムごとに4時間以上5時間未満の階級の度数を比べて，相対度数の大小の見当をつけると，すべてのヒストグラムの相対度数を求めなくても2番目に小さいものが求められる。

(ウ)　EF∥BCより，EF：BC＝AE：AB，EF：30＝14：(14＋10)，EF＝$\frac{35}{2}$cm。また，∠EBD＝∠CBD，∠EDB＝∠CBD(平行線の錯角)より，∠EBD＝∠EDBだから，△EBDは二等辺三角形である。

よって，ED＝EB＝10cmより，DF＝EF－ED＝$\frac{35}{2}-10=\frac{15}{2}$(cm)。

(エ)　問題の断面図において，点Aと点Bを結び，点A，Bと，円柱と球の接点を通る線分をそれぞれ引いて右のように点Cをとる。



AB＝5×2＝10(cm)，BC＝16－5×2＝6(cm)，∠ACB＝90°より，△ABCで，三平方の定理より，AC＝$\sqrt{10^2-6^2}=8$(cm)。

よって，円柱の底面の半径は，(8＋5×2)÷2＝9(cm)だから，円柱の体積は，
$(\pi\times9^2)\times16=1296\pi$(cm³)。

問4 (ア) 点Bの y 座標は，$y=-6-3=-9$ より，$B(-6,\ -9)$。点Bは関数 $y=ax^2$ のグラフ上の点だから，$-9=a\times(-6)^2$，$a=-\dfrac{1}{4}$。

(イ) 点Bと点Cは y 軸について対称だから，$C(6,\ -9)$。また，$D(6,\ 0)$で，$EO:OD=5:6$ より，$E(-5,\ 0)$となる。さらに，$F(3,\ 0)$より，2点F，Cを通る直線の傾きは，$\dfrac{-9-0}{6-3}=-3$ で，直線EGはこの直線に平行だから，$m=-3$。$y=-3x+n$ に点Eの座標の値を代入すると，$0=-3\times(-5)+n$，$n=-15$。

(ウ) 直線①の式と直線②の式を連立させて解くと，$x=-\dfrac{12}{7}$，$y=-\dfrac{33}{7}$ より，$A\left(-\dfrac{12}{7},\ -\dfrac{33}{7}\right)$。また，$H(4,\ -9)$。

よって，(四角形 AHCF)$=\triangle FBC-\triangle ABH=\dfrac{1}{2}\times(6+6)\times9-\dfrac{1}{2}\times(4+6)\times\left(9-\dfrac{33}{7}\right)=54-\dfrac{150}{7}=\dfrac{228}{7}(\mathrm{cm}^2)$。

問5 さいころの目の数によって裏返すカードをまとめると，右の表のようになる。

目の数	裏返すカード
1	$\boxed{1}$
2	$\boxed{1}\boxed{2}$
3	$\boxed{1}\boxed{3}$
4	$\boxed{1}\boxed{2}\boxed{4}$
5	$\boxed{1}\boxed{5}$
6	$\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}\boxed{6}$

(ア) 1…$\boxed{1}$のカードはどの目が出ても裏返すので必ず白の面が上になる。

2…$\boxed{1}$以外のすべてのカードが黒の面が上になる目の出方はない。

3…2つのさいころの目の数が同じとき，$S=1\times2\times3\times4\times5\times6=720$ となる。

4…$\boxed{2}$，$\boxed{4}$，$\boxed{6}$のカードがすべて黒の面が上になるとSの値は奇数になるが，このような目の出方はない。

(イ) Sの値が3の倍数にならないのは，$\boxed{3}$と$\boxed{6}$のカードを1回裏返すときなので，2つのさいころのうち，一方は6の目が出て，もう一方は3と6以外の目が出る場合である。よって，(大の目，小の目)で表すと，(1, 6)，(2, 6)，(4, 6)，(5, 6)，(6, 1)，(6, 2)，(6, 4)，(6, 5)の8通りある。2つのさいころの目の出方は全部で $6\times6=36$(通り)あるから，求める確率は，$\dfrac{8}{36}=\dfrac{2}{9}$。

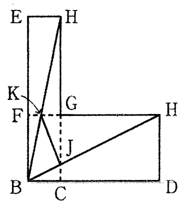
大＼小	1	2	3	4	5	6
1						○
2						○
3						
4						○
5						○
6	○	○		○	○	

問6 (ア) △ABDで，三平方の定理より，$BD=\sqrt{12^2+4^2}=4\sqrt{10}(\mathrm{cm})$。

(イ) △BHDで，$BH=\sqrt{8^2+(4\sqrt{10})^2}=4\sqrt{14}(\mathrm{cm})$。△AHDで，$AH=\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5}(\mathrm{cm})$。

$\angle HAB=90^\circ$ だから，△ABHの面積について，$\dfrac{1}{2}\times BH\times AI=\dfrac{1}{2}\times AB\times AH$ が成り立つ。

よって，$\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{14}\times AI=\dfrac{1}{2}\times12\times4\sqrt{5}$，$AI=\dfrac{6\sqrt{70}}{7}\mathrm{cm}$。



(ウ) 引いた線を含む面の展開図は右のようになる。GJ∥FBより，GJ：FB＝GH：FH，

GJ：8＝12：(4＋12)，GJ＝6 cm。同様に考えて，$KG=\dfrac{12}{5}\mathrm{cm}$。

△GKJで，$JK=\sqrt{6^2+\left(\dfrac{12}{5}\right)^2}=\dfrac{6\sqrt{29}}{5}(\mathrm{cm})$。