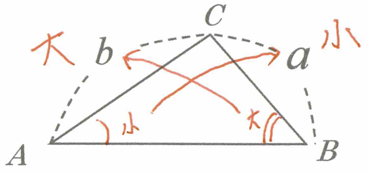
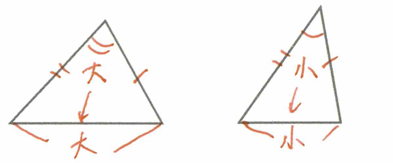
第２９回　三角形の性質②

三角形の辺と角の大小関係



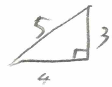
２つの三角形を比べるとき



（２組の辺が等しいときに成立）

三角形の３辺の長さの性質

例



・２辺の 和 は、他の１辺より 大きい。　　$3+4>5$

・２辺の 差 の絶対値は他の１辺より 小さい 。　　$4-3<5$

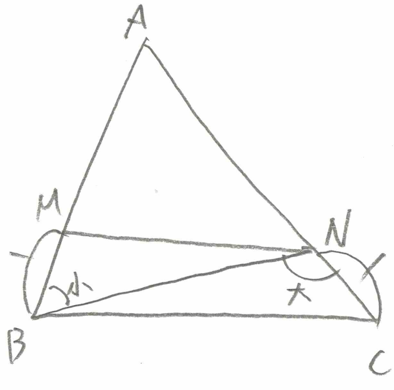
三角形の３辺の長さを a，b，c とすると、　$|a-b|<c<a+b$

Pattern. 1　三角形の辺と角の大小関係

☆POINT☆

辺・角の大きさ ⇒ 対角・対辺の大きさに注目!

(例題 1)△ABC において、BM=CN となるように AB,AC 上にそれぞれ点 M,N を取るとき、
BC＞MN であることを証明せよ。



∠BNC は △ABN の外角より

∠BNC = ∠ABN + ∠BAN

∴ ∠BNC ＞ ∠ABN …①

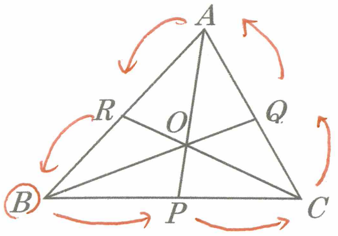
△BCN と △BNM において

CN = BM ，BN は共通だから

①より BC ＞ MN

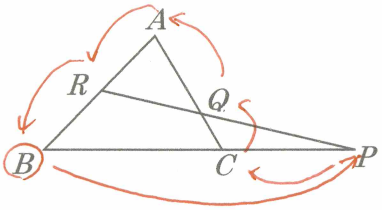
チェバの定理・メネラウスの定理

①チェバの定理



$$\frac{BP}{PC}\cdot\frac{CQ}{QA}\cdot\frac{AR}{RB}=1$$

②メネラウスの定理



$$\frac{BP}{PC}\cdot\frac{CQ}{QA}\cdot\frac{AR}{RB}=1$$

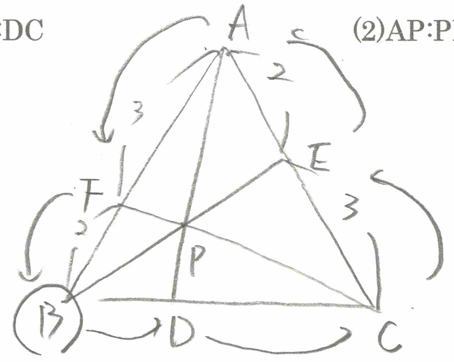
Pattern. 2 チェバ or メネラウス

☆POINT☆

- 基準となる三角形を求める
- 頂点を通る直線が 3つ ⇒ チェバ　ない ⇒ メネラウス

(例題 2)△ABC 内の 1 点 P をとり、AP,BP,CP の延長と辺 BC,CA,AB との交点をそれぞれ D,E,F とする。AF:FB=3:2,AE:EC=2:3 のとき、次の比を求めよ。

(1)BD:DC　　(2)AP:PD



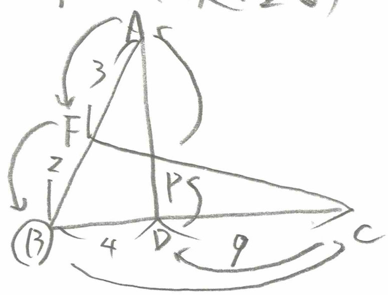
(1) 頂点3つ通る直線があるので
チェバの定理より

$$\frac{BD}{DC}\cdot\frac{CE}{EA}\cdot\frac{AF}{FB}=1$$

$$\frac{BD}{DC}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{3}{2}=1$$

$$\frac{BD}{DC}=\frac{4}{9}\qquad BD:DC=4:9$$

(2) △ABDと直線FCに注目して
メネラウスの定理より



$$\frac{BC}{CD}\cdot\frac{DP}{PA}\cdot\frac{AF}{FB}=1$$

$$\frac{13}{9}\cdot\frac{DP}{PA}\cdot\frac{3}{2}=1$$

$$\frac{DP}{PA}=\frac{6}{13}\qquad DP:PA=6:13$$

$\therefore\ AP:PD=13:6$