

## 第28回 三角形の性質

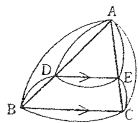
### ①平行線と線分の比

$$DE \parallel BC \Leftrightarrow$$

$$AD:AB=AE:AC$$

$$=DE:BC$$

$$AD:DB=AE:EC$$

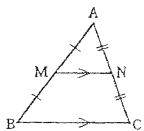


### 中点連結定理

M, N が中点  $\Leftrightarrow$

$$MN \parallel BC$$

$$MN = \frac{1}{2} BC$$

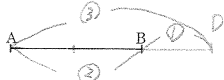


### ②内分・外分

線分 AB を ①3:1 で内分する点 C

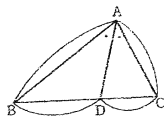
②3:1 で外分する点 D

③1:3 で外分する点 E

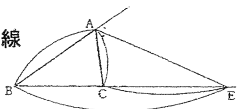


### ③角の2等分線

内角の2等分線



外角の2等分線



$$BD:DC = AB:AC \text{ (内分)}$$

$$BE:EC = AB:AC \text{ (外分)}$$

### Pattern. 1 角の二等分線

#### ★POINT★

内角の二等分線  $\rightarrow$  内分

外角の二等分線  $\rightarrow$  外分

(例題 1)  $AB=9, BC=6, CA=10$  の  $\triangle ABC$  において、 $\angle B$  と  $\angle C$  の2等分線の交点を  $I$  とし、 $BI$  の延長と辺  $AC$  との交点を  $D$  とするとき、 $BI:ID$  を求めよ。

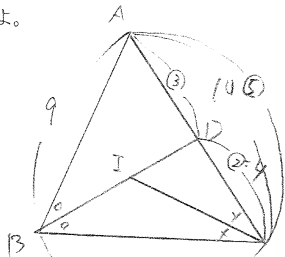
$BD$  は  $\angle B$  の二等分線だから

$$AD:DC = AB:BC = 9:6 = 3:2$$

$$\therefore DC = \frac{2}{5} AC = \frac{2}{5} \times 10 = 4$$

また  $\triangle CBD$  において、 $CI$  は  $\angle C$  の二等分線だから

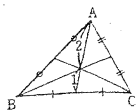
$$BI:ID = CB:CD = 6:4 = 3:2$$



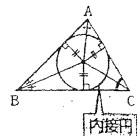
### 三角形の重心・内心・外心

①重心(中線の交点)

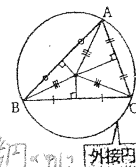
②内心(内角の2等分線の交点) ③外心(垂直二等分線の交点)



中線は2:1に内分



内接円が中心



外接円が中心

### Pattern. 2

#### ★POINT★

重心: 中線, 2:1

内心: 3つの内角の二等分線の交点

内心: 角の二等分線, 内接円

重心: 中線

外心: 3つの垂直二等分線の交点, 外接円

(例題 2) 平行四辺形 ABCD において、辺 BC の中点を M とし、AM と BD の交点を E とする。

このとき、次の辺または面積の比を求めよ。

(1)  $AE:EM$

(2)  $\triangle BME$ : 平行四辺形 ABCD

対角線 AC と BD の交点を O とすると、

$$AO = OC$$

また  $BM:MC = 1:1$  より、点 E は  $\triangle ABC$  の重心である

$$\therefore AE:EM = 2:1$$

$$(2) \triangle BME = \frac{1}{3} \triangle ABM$$

$$= \frac{1}{3} \times \left( \frac{1}{2} \triangle ABC \right)$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \square ABCD$$

$$= \frac{1}{12} \square ABCD$$

$$\therefore \triangle BME : \square ABCD = 1:12$$

