

高校準備講座 第6回 実数(2)

<2重根号のはずし方>

$$a > 0, \quad b > 0 \text{ のとき、} \quad \sqrt{a+b+2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

$$a > b > 0 \text{ のとき、} \quad \sqrt{a+b-2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

Pattern. 1 2重根号のはずし方

★POINT★

$\sqrt{\text{和} + 2\sqrt{\text{積}}}$ となる $\sqrt{a}$ と $\sqrt{b}$ をみつける!

(例題 1) 次の2重根号をはずして式を簡単にせよ。

$$(1) \quad \sqrt{8+2\sqrt{15}}$$

和 積 $\left(\begin{smallmatrix} 15 \\ 5 \cdot 3 \end{smallmatrix} \right)$

$$= \sqrt{5} + \sqrt{3}$$

$$(2) \quad \sqrt{12-6\sqrt{3}}$$

$$= \sqrt{12-2\sqrt{27}} \quad \left[\begin{array}{l} \text{や} \\ \text{2} \sqrt{a} \text{ 形} \\ \text{に} \text{ する} \end{array} \right]$$

$$= \sqrt{9} - \sqrt{3}$$

$$= 3 - \sqrt{3}$$

$$(3) \quad \sqrt{3-\sqrt{5}}$$

$$= \sqrt{\frac{12-4\sqrt{5}}{4}} \quad \left[\begin{array}{l} \sqrt{\frac{a}{b}} \text{ 形} \\ \text{に} \text{ する} \end{array} \right]$$

$$= \frac{\sqrt{12-2\sqrt{20}}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{2}$$

Pattern. 2 不等式の解き方

★POINT★

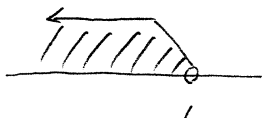
・原則方程式と同じ。両辺にマイナスをかけるときだけ気を付ける!

例) $2 < 3 \rightarrow (\text{両辺に}-1\text{をかける}) \rightarrow -2 > -3$

(例題 2) 次の不等式を解け。

$$(1) \quad -2x + 5 > -7$$

$$-2x > -12$$

$$x < 6 \quad \left[\times (-\frac{1}{2}) \right]$$


$$(2) \quad \begin{cases} 2x+7 \geq 4x-3 \cdots \textcircled{1} \\ 3x+5 > -2x \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

①より

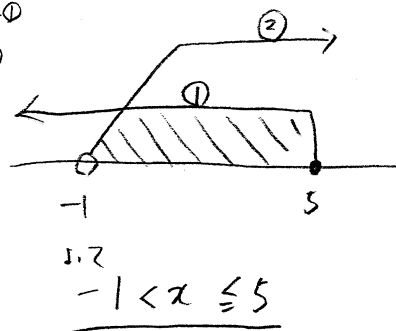
$$-2x \geq -10$$

$$x \leq 5$$

②より

$$5x > -5$$

$$x > -1$$



Pattern. 3 絶対値の方程式・不等式

★POINT★

① $| \quad |$ の中身の正負に着目して正・負で場合分け！

② 場合分けしたときの範囲も考える！

(例題 3) 次の方程式・不等式を解け。

(1) $|x-4|=3x$

(i) $x < 4$ かつ

(ii) $4 \leq x$ かつ

$-(x-4)=3x$

$x-4=3x$

$-x+4-3x=0$

$-2x=4$

$-4x=-4$

$x=-2$ X

$x=1$

(4 ≤ x かつ 不適)

(i)(ii) 併し

$x=1$

(2) $|x-2|<4$

(i) $x < 2$ かつ

(ii) $2 \leq x$ かつ

$-(x-2)<4$

$x-2<4$

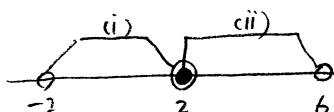
$x-2>-4$

$x<6$

$x>-2$

$2 \leq x < 6$

$-2 < x < 2$



(i)(ii) 併し
 $-2 < x < 6$

(例題 4) 次の方程式・不等式を解け。

(1) $|x|+|x-1|=3x$

(i) $x < 0$ かつ

(ii) $0 \leq x < 1$ かつ

(iii) $1 \leq x$ かつ

$-(x)-(x-1)=3x$

$x-(x-1)=3x$

$x+x-1=3x$

$-2x+1=3x$

$-5x=-1$

$x=\frac{1}{5}$ (不適)

$1=3x$

$x=\frac{1}{3}$

$-x=1$

$x=-1$ (不適)

(i) ~ (iii) 併し

$x=\frac{1}{3}$

	(i)	0	(ii)	1	(iii)
x	-	0	+	+	+
$x-1$	-	-	-	0	+

(2) $|x|+|x-1|>3x$

(i) $x < 0$ かつ

(ii) $0 \leq x < 1$ かつ

(iii) $1 \leq x$ かつ

$-(x)-(x-1)>3x$

$x-(x-1)>3x$

$x+x-1>3x$

$-2x+1>3x$

$1>3x$

$2x-1>3x$

$-5x>-1$

$3x<1$

$-x>-1$

$x<\frac{1}{5}$

$x<\frac{1}{3}$

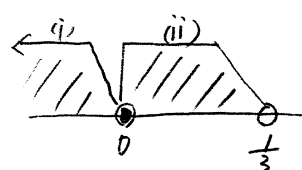
$x<1$

$\therefore x < 0$

$0 \leq x < \frac{1}{3}$

解なし

(i) ~ (iii) 併し



$x < \frac{1}{3}$