

高校準備講座 第5回 実数

- ・実数
 - 有理数 (分数で表せる数。整数, 有限小数, 循環小数のいずれか)
 - 無理数 (分数で表せない, 循環しない無限小数)
- ・絶対値...数直線上で, 原点からの距離を実数 a の絶対値といい, 記号 $|a|$ で表す。
 $|0| = 0$ である。

Pattern. 1 絶対値の性質

☆POINT☆

- ① $|a| \geq 0$ ② $a \geq 0$ のとき, $|a| = a$ $| \cdot |$ の中が正ならそのままはずす。
 $a < 0$ のとき, $|a| = -a$ $| \cdot |$ の中が負なら $| \cdot | = -(\cdot)$ にする。

(例題 1) 次の値を求めよ。

- (1) $|-5|$ (2) $|-5+2|$ (3) $|-4|+|-5|$ (4) $|1-\sqrt{2}|$
 $= 5$ $= |-3|$ $= 4+5$ $1 < \sqrt{2}$ より $1-\sqrt{2} < 0$
 $= 3$ $= 9$ 与式 $= -(1-\sqrt{2})$
 $= -1+\sqrt{2}$

(例題 2) 次の式の絶対値の記号をはずせ。 ※場合分けの利用。

- (1) $|x-1|$ (2) $|x+2|+|2x-1|$
 (i) $x < 1$ かつ $2x < 1$ (i) $x < -2$ かつ $2x < 1$
 与式 $= -(x-1)$ 与式 $= -(x+2) - (2x-1)$
 $= -x+1$ $= -x-2-2x+1$
 $= -3x-1$
 (ii) $1 \leq x$ かつ $2x < 1$ (ii) $-2 \leq x < \frac{1}{2}$ かつ $2x < 1$
 与式 $= x-1$ 与式 $= x+2 - (2x-1)$
 $= x+2-2x+1$
 $= -x+3$
 (iii) $\frac{1}{2} \leq x$ かつ $2x \geq 1$ (iii) $\frac{1}{2} \leq x$ かつ $2x \geq 1$
 与式 $= x+2 + 2x-1$
 $= 3x+1$

$| \cdot |$ の中が負になるところ

$x+2=0$	$2x-1=0$
$x=-2$	$x=\frac{1}{2}$

	(i) -2	(ii) $\frac{1}{2}$	(iii)
$x+2$	-	+	+
$2x-1$	-	-	+

Pattern. 2 平方根の性質

★POINT★

① $a \geq 0$ のとき $(\sqrt{a})^2 = (-\sqrt{a})^2 = a$

② $a \geq 0$ のとき $\sqrt{a^2} = a$
 $a < 0$ のとき $\sqrt{a^2} = -a$ } すなわち $\sqrt{a^2} = |a|$

※ a の正負によって場合分け!

$a > 0, b > 0, k > 0$ のとき ③ $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$ ④ $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ ⑤ $\sqrt{k^2 a} = k\sqrt{a}$

(例題 3) $\sqrt{x^2 - 6x + 9}$ を x の整式で表せ。

与式: $\sqrt{(x-3)^2}$
 $= |x-3|$

(i) $x < 3$ のとき

与式: $-(x-3)$
 $= -x+3$

(ii) $x \geq 3$ のとき

与式: $x-3$

Pattern. 3 式の値

★POINT★

① $x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy$ ② $x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y)$ を利用。

まず、 $x+y$, xy を求める!

(例題 4) $x = \frac{2}{\sqrt{5}+1}$, $y = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ のとき次の式の値を求めよ。 $x = \frac{2}{(\sqrt{5}+1) \times (\sqrt{5}-1)} = \frac{2(\sqrt{5}-1)}{4} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$

(1) $x^2 + y^2$

$x+y = \frac{\sqrt{5}-1}{2} + \frac{\sqrt{5}+1}{2}$
 $= \frac{\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5}$

$xy = \frac{2}{\sqrt{5}+1} \cdot \frac{\sqrt{5}+1}{2}$
 $= 1$

$x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy$

$= (\sqrt{5})^2 - 2 \cdot 1$

$= 5 - 2$

$= 3$

(2) $x^2 y + xy^2$

$x^2 y + xy^2$
 $= xy(x+y)$

$= 1 \cdot \sqrt{5}$

$= \sqrt{5}$

(3) $x^3 + y^3$

$x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y)$

$= (\sqrt{5})^3 - 3 \cdot 1 \cdot \sqrt{5}$

$= 5\sqrt{5} - 3\sqrt{5}$

$= 2\sqrt{5}$