

高校準備講座 第3回 いろいろな因数分解

Pattern. 1 「おきかえ」の利用

☆POINT☆

「おきかえ」の利用 $\Rightarrow$ 共通部分を文字に置き換えて、乗法公式に当てはめる。

(例題 1) 次の式を因数分解せよ。

$$(1) x^2 - y^2 + 2y - 1$$

$$= x^2 - (y^2 - 2y + 1)$$

$$= x^2 - \left(\frac{y-1}{A}\right)^2$$

$$= x^2 - A^2$$

$$= (x+A)(x-A)$$

$$= (x+y-1)(x-(y-1))$$

$$= (x+y-1)(x-y+1)$$

$$(2) x^4 - 8x^2 - 9 \quad x^2 = A$$

$$= A^2 - 8A - 9$$

$$= (A+1)(A-9)$$

$$= (x^2+1)(x^2-9)$$

$$= (x^2+1)(x+3)(x-3)$$

$$(3) \frac{(x^2+3x)^2}{A} - 2 \frac{(x^2+3x)}{A} - 8$$

$$= A^2 - 2A - 8$$

$$= (A+2)(A-4)$$

$$= \frac{(x^2+3x+2)}{A} \frac{(x^2+3x-4)}{A}$$

$$= \frac{(x+1)(x+2)}{A} \frac{(x-1)(x+4)}{A}$$

$$(4) a^4 - 256b^4$$

$$= (a^2)^2 - (16b^2)^2$$

$$= (a^2+16b^2)(a^2-16b^2)$$

$$= (a^2+16b^2)(a+4b)(a-4b)$$

Pattern. 2 1つの文字に着目

☆POINT☆

② 1つの文字に着目して降べきの順にする $\Rightarrow$ 「次数の低い文字」が主役!

(例題 2) 次の式を因数分解せよ。

$$(1) x^3 + x^2y - x^2 - y \quad \leftarrow y \text{に着目!}$$

$$= \frac{(x^2-1)}{A} y + x^3 - x^2$$

$$= (x+1)(x-1) y + x^2(x-1)$$

$$= (x-1) \{ (x+1)y + x^2 \}$$

$$= (x-1)(xy + y + x^2)$$

$$(2) a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b) \quad \leftarrow a \text{に着目!}$$

$$= (b-c)a^2 + b^2c - b^2a + c^2a - bc^2$$

$$= (b-c)a^2 + (c^2-b^2)a + b^2c - bc^2$$

$$= (b-c)a^2 - (b^2-c^2)a + bc(b-c)$$

$$= \frac{(b-c)}{A} a^2 - (b+c) \frac{(b-c)}{A} a + bc \frac{(b-c)}{A}$$

$$= (b-c) \{ a^2 - (b+c)a + bc \} \quad \leftarrow \text{右辺3項}$$

$$= (b-c)(a-b)(a-c) \quad \text{,,}$$

$$\begin{array}{r} 1 \times -b \rightarrow -b \\ 1 \times -c \rightarrow -c \\ \hline - (b+c) \end{array}$$

(3) $2x^2 + 5xy + 3y^2 - 3x - 5y - 2 \leftarrow x = \text{着目!}$

$$= 2x^2 + (5y-3)x + 3y^2 - 5y - 2$$

$$\begin{array}{r} 3x^1 \rightarrow 1 \\ 1x^{-2} \rightarrow -6 \\ \hline -5 \end{array}$$

$$= 2x^2 + (5y-3)x + (3y+1)(y-2)$$

$$\begin{array}{r} 2x^2 \rightarrow 3y+1 \\ 1x^1 \rightarrow y-2 \\ \hline 5y-3 \end{array}$$

Pattern. 3 「自作自演」

★POINT★

「自作自演」 $\Rightarrow$ 合計0を足して、「平方の差」の形を作る！

(例題 3) 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^4 + 4$

$$= x^4 + \underline{4x^2} + 4 - \underline{4x^2}$$

$$= (x^2 + 2)^2 - (2x)^2$$

$$= (x^2 + 2 + 2x)(x^2 + 2 - 2x)$$

(2) $x^4 - 7x^2 + 9$

$$= x^4 - \underline{6x^2} + 9 - \underline{x^2}$$

$$= (x^2 - 3)^2 - x^2$$

$$= (x^2 - 3 + x)(x^2 - 3 - x)$$

Pattern. 4 「並べ替え」の利用

★POINT★

「並べ替え」 $\Rightarrow$ 組み合わせを考えて、「共通部分」や「公式が使える形」にする！

(例題 4) 次の式を因数分解せよ。

(1) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) - 24$

$$= \underbrace{(x^2 + 5x + 4)}_A \underbrace{(x^2 + 5x + 6)}_A - 24$$

$$= (A+4)(A+6) - 24$$

$$= A^2 + 10A + 24 - 24$$

$$= A(A+10)$$

$$= (x^2 + 5x)(x^2 + 5x + 10)$$

$$= x(x+5)(x^2 + 5x + 10)$$

(2) $x^4 + 2x^3y - 2xy^3 - y^4$

$$= x^4 - y^4 + 2x^3y - 2xy^3$$

$$= (x^2 + y^2)(x^2 - y^2) + 2xy(x^2 - y^2)$$

$$= A(x^2 + y^2 + 2xy)$$

$$= (x^2 - y^2)(x^2 + 2xy + y^2)$$

$$= (x+y)(x-y)(x+y)^2$$

$$= (x+y)^3(x-y)$$

P. 916 (13)