

第35回 整数③

n 進法

日常は位取りの基礎を 10 とする 10 進法。(例: $1452 = 1 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0$)

位取りの基礎(=底)を 2 とする 2 進法。(例: $1001_{(2)} = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$)

⇒2 進数で表された 1001 は 10 進数では 9 である。 $1001_{(2)} = 9_{(10)}$ と表記。通常 $_{(10)}$ は省略。

このように各位の数字を上位の位から並べて数を表す方法を位取り記数法という。

Pattern. 1 n 進法

★POINT★

底を用いた和と積の形で考える

(例題 1) 次の問いに答えよ。

(1) 次の数を 10 進法で表せ。

① $1101_{(2)}$

② $121_{(3)}$

③ $0.101_{(2)}$

④ $0.4203_{(5)}$

(2) 次の 10 進数を [] 内の表し方で表せ。

① $14_{[2 \text{ 進法}]}$

② $1675_{[16 \text{ 進法}]}$

③ $0.448_{[5 \text{ 進法}]}$

(1) ① $1101_{(2)}$

$$= 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$$

$$= 8 + 4 + 0 + 1$$

$$= 13$$

② $121_{(3)}$

$$= 1 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3^1 + 1 \cdot 3^0$$

$$= 9 + 6 + 1$$

$$= 16$$

③ $0.101_{(2)}$

$$= 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} + 0 \cdot 2^{-3} + 1 \cdot 2^{-4}$$

$$= 0 + \frac{1}{4} + 0 + \frac{1}{16}$$

$$= \frac{5}{16}$$

$$= 0.3125$$

④ $0.4203_{(5)}$

$$= 0 \cdot 5^{-1} + 4 \cdot 5^{-2} + 2 \cdot 5^{-3} + 0 \cdot 5^{-4} + 3 \cdot 5^{-5}$$

$$= 0 + \frac{4}{25} + \frac{2}{125} + 0 + \frac{3}{3125}$$

$$= 0.16 + 0.008 + 0.00096$$

$$= 0.16896$$

(2) ① 14

$= 1110_{(2)}$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 14} \text{ 剰} \\ 2 \overline{) 7} \text{ } 0 \\ 2 \overline{) 3} \text{ } 1 \\ 1 \text{ } 1 \end{array}$$

② 1675

$= 68B_{(16)}$

$$\begin{array}{r} 16 \overline{) 1675} \text{ } (11) \\ 16 \overline{) 104} \text{ } 8 \\ 6 \end{array}$$

③ 0.448

$= 0.211_{(5)}$

$$\begin{array}{r} 0.448 \\ \times 5 \\ \hline 2.240 \\ \times 5 \\ \hline 11.20 \\ \times 5 \\ \hline 56.0 \end{array}$$

0.448 に 5 をかけると

2.24 の小数部分

0.24 に 5 をかけると 1.20

この小数部分に 5 をかけると 1

よって $0.211_{(5)}$

Pattern. 2 n進法の計算

★POINT★

基本的な計算は10進法と同じ

複数の種類のn進法が出てきたら10進法で統一。

(例題2) 次の問いに答えよ。

(1) 次の計算をし、結果を2進数で表せ。

① $11001_{(2)} + 1111_{(2)}$

② $10001_{(2)} - 1101_{(2)}$

③ $1001_{(2)} \times 1011_{(2)}$

④ $11110_{(2)} \div 101_{(2)}$

(2) 4進数で表された2桁の自然数Nを7進法で表すと、数字の並びが反対の順になった。この自然数を10進法で表せ。

(1) ①
$$\begin{array}{r} 11001 \\ + 1111 \\ \hline 101000 \end{array}$$

 したがって $101000_{(2)}$

②
$$\begin{array}{r} 10001 \\ - 1101 \\ \hline 100 \end{array}$$

 したがって $100_{(2)}$

③
$$\begin{array}{r} 1001 \\ \times 1011 \\ \hline 1001 \\ 1001 \\ 1001 \\ 1001 \\ \hline 1100011 \end{array}$$

 したがって $1100011_{(2)}$

④
$$\begin{array}{r} 110 \\ 101 \overline{) 11110} \\ \underline{101} \\ 101 \\ \underline{101} \\ 0 \end{array}$$

 したがって $110_{(2)}$

(2) a, bを自然数とすると、条件より $N = ab_{(4)} = ba_{(7)}$

$$a \cdot 4^1 + b \cdot 4^0 = b \cdot 7^1 + a \cdot 7^0$$

$$4a + b = 7b + a \quad \cdots \textcircled{1} \quad (1 \leq a \leq 3, 1 \leq b \leq 3)$$

①より $3a = 6b$

$$a = 2b$$

これを満たすa, bは、 $a = 2, b = 1$ $\therefore$

したがって $2 \cdot 4^1 + 1 \cdot 4^0 = 9$

$$(1 \cdot 7^1 + 2 \cdot 7^0 = 9)$$