

第33回 整数①

最大公約数・最小公倍数

360 と 432 の最大公約数および最小公倍数

素因数分解すると

$$\begin{array}{l} 360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^1 \\ 432 = 2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^0 \end{array}$$

指数の小さい方を選択

$$\begin{array}{l} 360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^1 \\ 432 = 2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^0 \end{array}$$

指数の大きい方を選択

互いに素

2つの整数の最大公約数が1であるとき、互いに素であるという。(例: 2と3, 17と23など)

a, b, k を整数とするとき、 a, b が互いに素で ak が b の倍数であるならば、 k は b の倍数である。

Pattern. 1

★POINT★

(例題 1) 次の問いに答えよ。

- (1) 126, 147, 216 の最大公約数と最小公倍数を求めよ。
- (2) n は正の整数とする。 n と 36 の最小公倍数が 504 であるような n をすべて求めよ。
- (3) 2 数の最大公約数が 4 で、最小公倍数が 84 である自然数 $m, n (m < n)$ の組を求めよ。

整数の割り算

整数 a と整数 b に対して、以下の式を満たす整数 q, r がただ 1 通りに定まる。

一般に、正の整数 m が与えられると、全ての整数 n は

$$mk, mk+1, mk+2, \dots, mk+(m-1) \quad (k \text{ は整数})$$

のいずれかの形で表される。

Pattern. 2

★POINT★

(例題 2) 次の問いに答えよ。

- (1) 整数 a は 5 で割ると 1 余り、整数 b は 5 で割ると 3 余る。このとき、 $2a+b, ab$ を 5 で割った余りを求めよ。
- (2) n を整数とするとき、 n^2 を 3 で割ったときの余りは、0 か 1 であることを証明せよ。