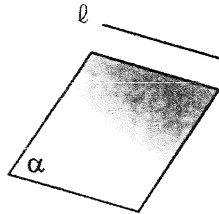
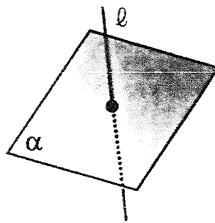
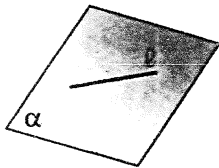


第32回 空間図形

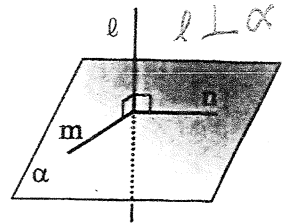
直線と平面の位置関係

直線 l と平面 α の位置関係には、次の3種類がある。

- (1) l は α に斜める (2) 1点で交わる (3) 平行である
(l は α 上にあり)



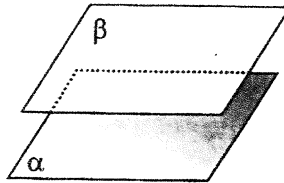
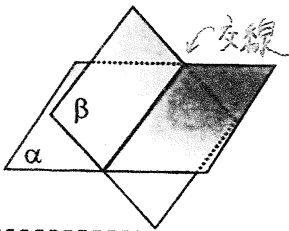
直線 l が、平面 α 上の交わる
2直線 m, n に垂直



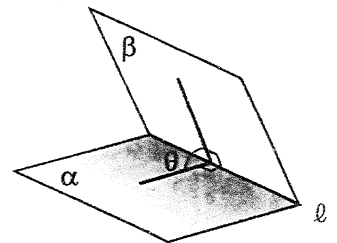
2平面の位置関係

異なる2平面 α, β の位置関係には、次の2種類がある。

- (1) 交わる (2) 平行である



交線に垂直に引いた2直線のなす角を2平面のなす角という。



Pattern. 1

直線と平面

★POINT★

直線がどの平面上にあるかも確認！

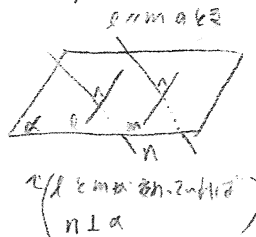
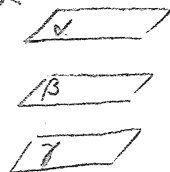
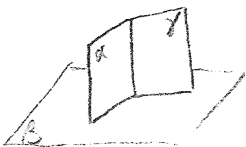
(例題1) 空間内に互いに異なる3つの平面 α, β, γ と直線 l, m, n があり、2直線 l, m はともに平面 α 上にあるとする。このとき、次の命題の真偽を答えよ。

- (1) $\alpha \perp \beta, \beta \perp \gamma$ ならば、 $\alpha \perp \gamma$ (2) $\alpha \parallel \beta, \beta \parallel \gamma$ ならば、 $\alpha \parallel \gamma$
(3) $n \perp l, n \perp m$ ならば、 $n \perp \alpha$ (4) $n \perp \alpha$ ならば、 $n \perp l$
(5) $\alpha \nparallel \beta$ ならば2平面 α, β が交わった部分は直線である。
(6) $m \nparallel n$ ならば2直線 m, n は1点で交わる。

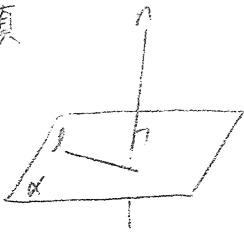
(1) 偽

(2) 真

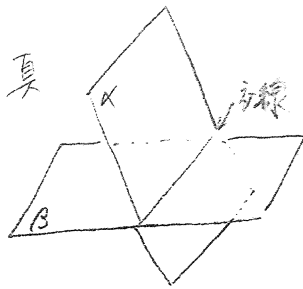
(3) 偽



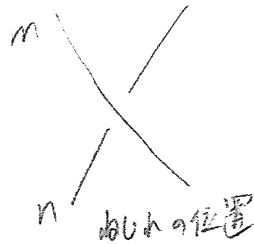
(14) 真



(15) 真



(16) 偽

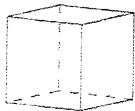


正多面体

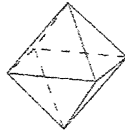
各面が全て合同な多角形かつ各頂点に集まる面の数が全て等しい凸多面体のこと。



正四面体



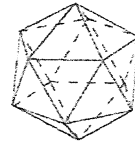
正六面体(立方体)



正八面体



正十二面体



正二十面体

オイラーの多面体定理

凸多面体の頂点、辺、面の数を、それぞれ v, e, f とすると、

$$v - e + f = 2$$

Pattern. 2 正多面体の1つの頂

★POINT★

① 多面体の1つの頂点に集まる面の数は3以上

② 凸多面体の1つの頂点に集まる角の和は 360° 未満

(例題2) 次の問いに答えよ。

(1) 正二十面体の頂点の数、辺の数を求めよ。

(2) 各面が正方形である正多面体が存在すれば、その面の数はいくつか。

(1) 面数 $f = 20$, 1つの面の頂点数は3, 1つの頂点に集まる面の数は5であるから

$$\text{頂点の数 } v = \frac{20 \times 3}{5} = 12$$

また、1つの面の辺の数は3, 1つの辺に集まる面の数は2である。

$$\text{辺の数 } e = \frac{20 \times 3}{2} = 30$$

(2) 1つの面の頂点数は4, 1つの頂点に集まる面の数は3より $v = \frac{4f}{3}$ の

1つの面の辺の数は4, 1つの辺に集まる面の数は2であるから、 $e = \frac{4f}{2} = 2f$ の

① ②より $v - e + f = 2$ に代入

$$\frac{4f}{3} - 2f + f = 2 \quad \therefore f = 6 \quad \text{面の数は } 6$$