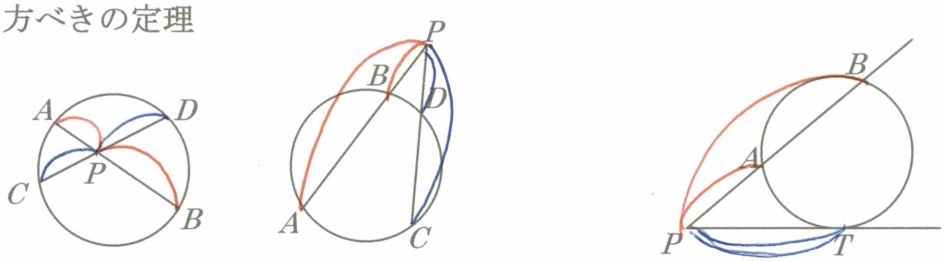
第31回　円の性質②

方べきの定理



$PA \cdot PB = PC \cdot PD$　　　　$PA \cdot PB = PT^2$

Pattern. 1　方べきの定理

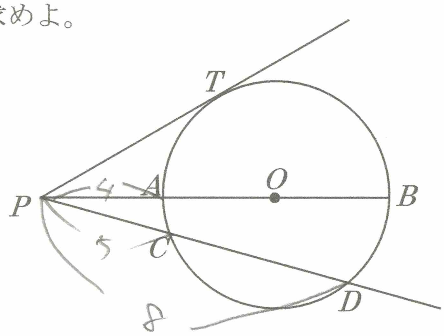
☆POINT☆

円と交わる線分の長さ ⇒ 方べきの定理

交点 P から円周までの長さで式を立てる。

(例題 1)円 O の外の 1 点と中心 O を通る割線を PAB、もう一本の割線を PCD。接線を PT とする。PA=4, PC=5, PD=8 のとき、次の長さを求めよ。

(1) 接線 PT の長さ



方べきの定理より

$PT^2 = PC \cdot PD$
$= 5 \cdot 8$
$= 40$

$PT > 0$ より
$PT = \sqrt{40}$
$= 2\sqrt{10}$

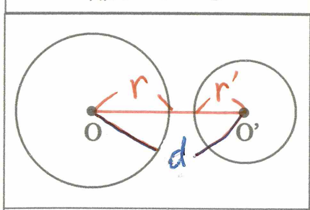
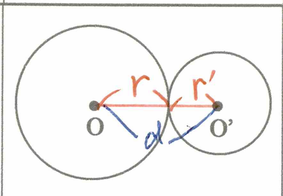
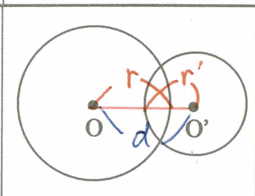
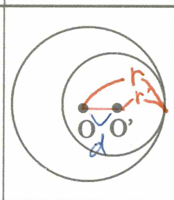
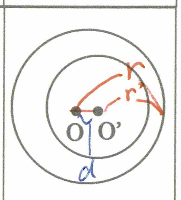
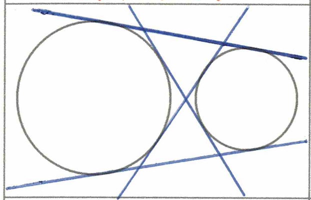
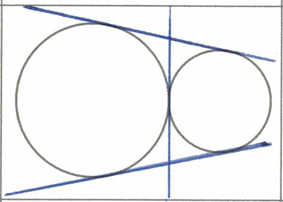
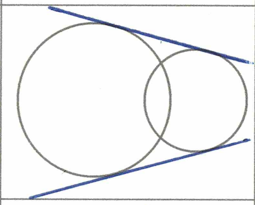
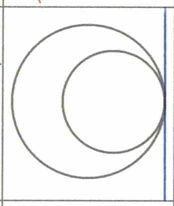
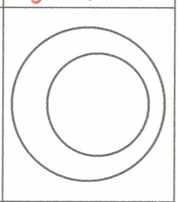
(2) 円 O の直径 (AB)

方べきの定理より

$PA \cdot PB = PC \cdot PD$
$4 \cdot PB = 5 \cdot 8$
$PB = 10$

$AB = PB - PA$
$= 10 - 4$
$= 6$

2つの円の位置関係

離れている	外接	交わる	内接	含まれる
				
$d > r+r'$	$d = r+r'$	$d < r+r'$	$d = r-r'$	$d < r-r'$
				
4本	3本	2本	1本	0本

Pattern. 2　円の位置関係

☆POINT☆

円の位置関係 ⇒ 中心間の距離と半径で考える！

(例題 2) 円 O_2 と円 O_3 は互いに外接し、またどちらの円も円 O_1 に内接している。$O_1O_2 = 5$，$O_2O_3 = 6$，$O_3O_1 = 7$ のとき、3つの円 O_1, O_2, O_3 の半径を求めよ。

O_1, O_2, O_3 の半径を x, y, z とする

$$\begin{cases} x-y=5 & \cdots ① \\ y+z=6 & \cdots ② \\ x-z=7 & \cdots ③ \end{cases}$$

①+② より

$$\begin{array}{rl} & x-y=5 \\ + & y+z=6 \\ \hline & x+z=11 \quad \cdots ④ \end{array}$$

③+④ より

$$\begin{array}{rl} & x-z=7 \\ + & x+z=11 \\ \hline & 2x=18 \\ & x=9 \end{array}$$

①に $x=9$ を代入

$9-y=5$

$y=4$

②に $y=4$ を代入

$4+z=6$

$z=2$

$$\begin{cases} x=9 \\ y=4 \\ z=2 \end{cases}$$
//