

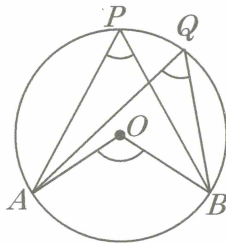
第30回 円の性質①

円周角・中心角

右の図で、

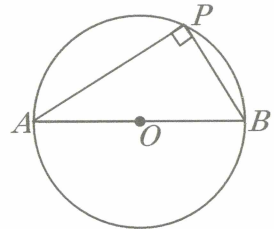
$$\angle APB = \angle AQB$$

$$\angle APB = \frac{1}{2} \angle AOB$$



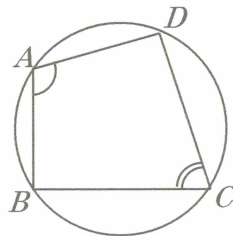
右の図で、

$$\angle APB = 90^\circ$$



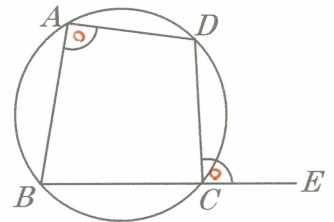
円に内接する四角形

$$\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$$



$$\angle BAD = \angle DCE$$

内対角は
等しい



Pattern. 1 同一円周上の4点

★POINT★

4点が同一円周上であるための条件 $\Rightarrow$

円周角
円に内接する四角形

(例題1) 正三角形ABCにおいて、2辺AB, AC上にそれぞれBD=AEとなるように点D, Eをとり、BEとCDの交点をFとすると、次のことを示せ。

(1) 4点A, D, F, Eは同一円周上にある

$\triangle BCD$ と $\triangle ABE$ について、

仮定より $BD = AE$... ①

$BC = AB$... ②

$\angle BCD = \angle BAE = 60^\circ$... ③

①, ②, ③より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle BCD \cong \triangle ABE$$

$$\therefore \angle BDF = \angle AEF$$

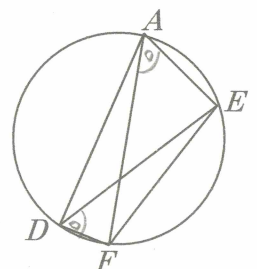
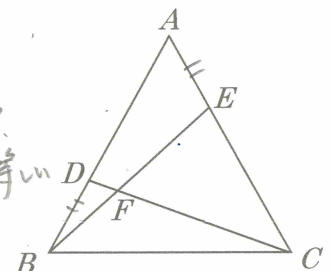
四角形ADFEについて、

外角が内対角に等しい

ので、この四角形は

円に内接する。

よって、4点A, D, F, Eは同一円周上にある。



(2) $\angle FAE = \angle FDE$

(1)より4点A, D, F, Eは同一円周上の点だから

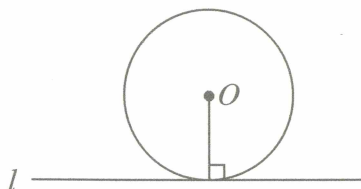
EFに対する円周角は等しい。

$$\angle FAE = \angle FDE$$

円と接線

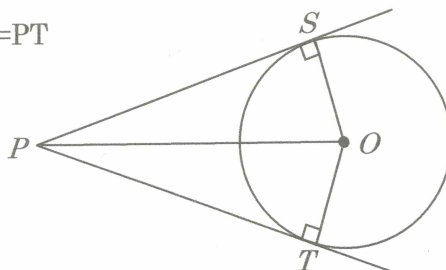
接線と半径

$$OA \perp l$$



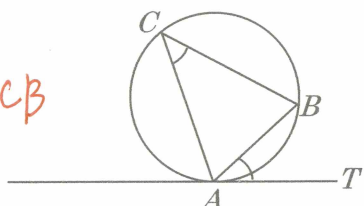
2本の接線の長さ

$$PS = PT$$



接弦定理

$$\angle BAT = \angle ACB$$



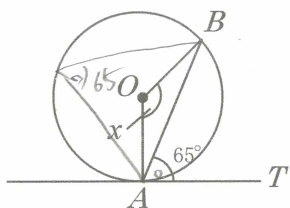
Pattern. 2 接弦定理

★POINT★

円に内接する四角形と接線 $\Rightarrow$ 接弦定理

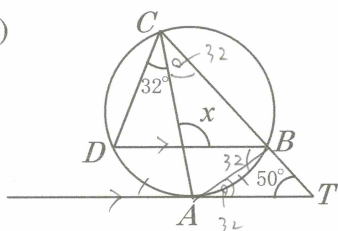
(例題 2) 図のように、AT は円の接線であり、A はその接点である。 $\angle x$ の大きさを求めよ。

(1)



$$\begin{aligned} \angle x &= 65 \times 2 \\ &= 130^\circ \end{aligned}$$

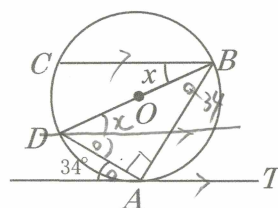
(2)



$$(\widehat{AD} = \widehat{AB})$$

$$\begin{aligned} AB &\text{ 弦} \\ \angle BAT &= \angle ACB = \angle ACD = 32^\circ \\ \angle ABD &= \angle ACD = 32^\circ \text{ (同弧)} \\ \angle BAT &= \angle ABD \text{ (錯角)} \\ AT &\parallel DB \\ \angle x &= \angle CAT \\ &= 180 - (32 + 50) \\ &= 98^\circ \end{aligned}$$

(3)



$$(CB \parallel AT)$$

$$\begin{aligned} D \text{ を通り } AT \text{ に平行な直線 } DE \text{ を引く} \\ \angle ABD &= 34^\circ \\ \angle BAD &= 90^\circ \\ \angle ADB &= 34 + \angle x \\ \triangle ABD \text{ 2}^\circ \\ 34 + x + 34 + 90 &= 180 \\ x &= 180 - 158 \\ x &= 22^\circ \end{aligned}$$