

第 23 回 三角比の方程式・不等式

三角比の値の符号

θ	0°	鋭角 ($0^\circ < \theta < 90^\circ$)	90°	鈍角 ($90^\circ < \theta < 180^\circ$)	180°
$\sin \theta$	0	+ (増加)	1	+ (減少)	0
$\cos \theta$	1	+ (減少)	0	- (減少)	-1
$\tan \theta$	0	+ (増加)	なし	- (増加)	0

範囲: $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ で、 $0 \leq \sin \theta \leq 1$, $-1 \leq \cos \theta \leq 1$, $-\infty \leq \tan \theta \leq \infty$

Pattern. 1 三角方程式

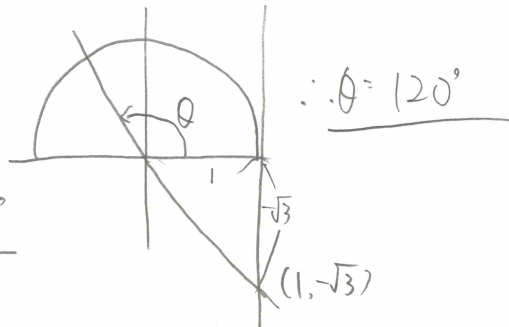
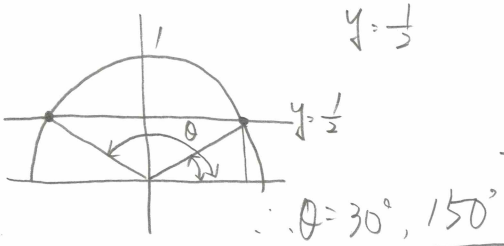
★POINT★

$\sin$: y座標 $\cos$: x座標 $\tan$: 傾き ※図をかく!

(例題 1) $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき、次の等式を満たす θ を求めよ。

(1) $2\sin\theta = 1$ $\sin\theta = \frac{1}{2}$

(2) $\tan\theta + \sqrt{3} = 0$ $\tan\theta = -\sqrt{3}$



Pattern. 2 三角不等式

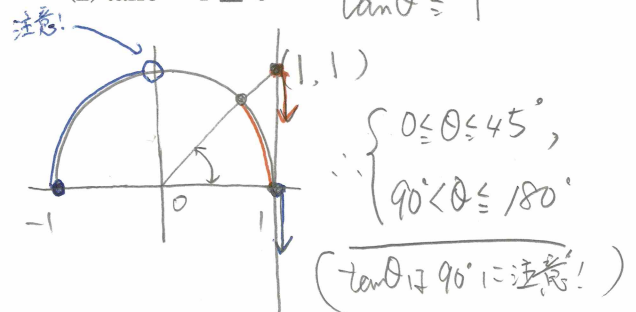
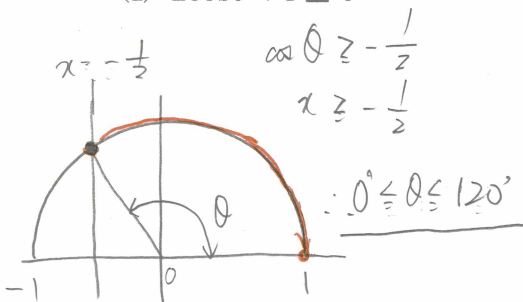
★POINT★

座標や傾きに着目! 端の値に注意!

(例題 2) $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき、次の不等式を満たす θ の値の範囲を求めよ。

(1) $2\cos\theta + 1 \geq 0$

(2) $\tan\theta - 1 \leq 0$ $\tan\theta \leq 1$



Pattern. 3 2次の三角方程式・不等式

★POINT★

- ① 1種類の三角比に統一する. $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ を利用
- ② 因数分解
- ③ 三角比の範囲に注意し、カッコごとく解く.

(例題 3) $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。次の方程式、不等式を解け。

(1) $2\cos^2\theta + 11\sin\theta - 7 = 0$

$\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$ より

$2(1 - \sin^2\theta) + 11\sin\theta - 7 = 0$

$2 - 2\sin^2\theta + 11\sin\theta - 7 = 0$

$-2\sin^2\theta + 11\sin\theta - 5 = 0$

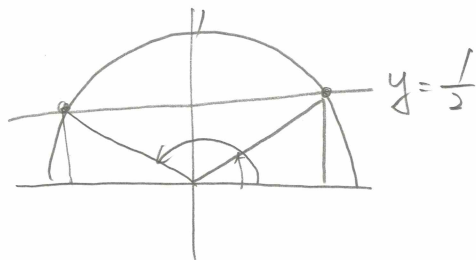
$2\sin^2\theta - 11\sin\theta + 5 = 0$

$$\begin{array}{rcl} 2 & \times & -1 \rightarrow -1 \\ 1 & \times & -5 \rightarrow -5 \\ \hline & & -11 \end{array}$$

$(2\sin\theta - 1)(\sin\theta - 5) = 0$

$\sin\theta = \frac{1}{2}$, ~~5~~

不適 ($0 \leq \sin\theta \leq 1$)



$\therefore \theta = 30^\circ, 150^\circ$

(2) $2\sin^2\theta + 3\cos\theta < 0$

$\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$ より

$2(1 - \cos^2\theta) + 3\cos\theta < 0$

$2 - 2\cos^2\theta + 3\cos\theta < 0$

$-2\cos^2\theta + 3\cos\theta + 2 < 0$

$2\cos^2\theta - 3\cos\theta - 2 > 0$

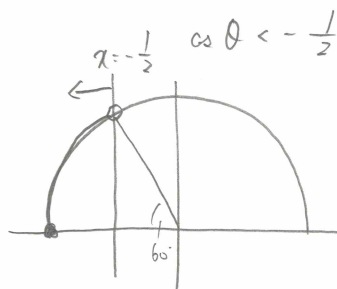
$$\begin{array}{rcl} 2 & \times & 1 \rightarrow 1 \\ 1 & \times & -2 \rightarrow -2 \\ \hline & & -3 \end{array}$$

$(2\cos\theta + 1)(\cos\theta - 2) > 0$

$-1 \leq \cos\theta \leq 1$ より

常にマックス!

$\therefore 2\cos\theta + 1 < 0$



$\therefore 120^\circ < \theta \leq 180^\circ$