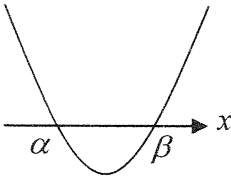
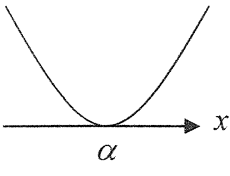
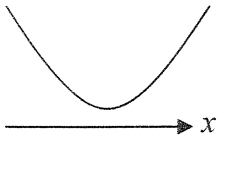


第18回 2次方程式と2次関数のグラフ

Pattern. 1 放物線とx軸の共有点

★POINT★

$D = b^2 - 4ac$	$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフ ($a > 0$) とx軸との共有点	 2点で交わる	 1点で交わる	 共有点なし
2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解	異なる2つの 実数解 $x = \alpha, \beta$	重解 $x = \alpha$	実数解はない

(例題1) 次の2次関数のグラフはx軸と共有点をもつか。持つ場合には、その座標を求めよ。

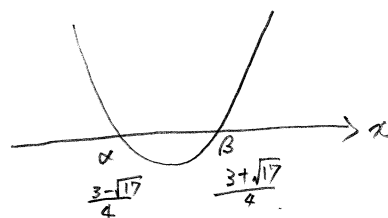
(1) $y = 2x^2 - 3x - 1$
 $D = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1)$
 $= 9 + 8$
 $= 17 > 0$

2点で交わる
(2つの実数解)

$$2x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{4}$$

$$\left(\frac{3 - \sqrt{17}}{4}, 0 \right) \left(\frac{3 + \sqrt{17}}{4}, 0 \right)$$



(2) $y = -x^2 + 6x - 9$

$$D = 6^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-9)$$

$$= 36 - 36$$

$$= 0$$

1点で交わる

(1つの重解)

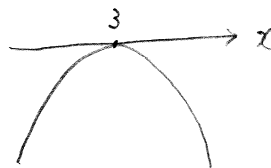
$$-x^2 + 6x - 9 = 0$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$(x - 3)^2 = 0$$

$$x = 3$$

$$(3, 0)$$



(3) $y = 3x^2 - 6x + 4$

$$D = (-6)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 4$$

$$= 36 - 48$$

$$= -12 < 0$$

共有点なし (実数解はない)



Pattern. 2 放物線と直線

★POINT★

放物線 $y = ax^2 + bx + c$ と直線 $y = mx + n$ の共有点

⇒ 2 次方程式

$$ax^2 + bx + c = mx + n \text{ の } \begin{cases} \text{解} \cdots \text{共有点の } x \text{ 座標} \\ \text{判別式} \cdots \text{共有点の 個 数} \end{cases}$$

(例題 2)(1) 放物線 $y = 4x - x^2$ のグラフと、直線 $y = 2x + 1$ の共有点の座標を求めよ。

$$\begin{aligned} 4x - x^2 &= 2x + 1 \\ x^2 - 2x + 1 &= 0 \\ (x-1)^2 &= 0 \\ x &= 1 \end{aligned} \quad \begin{aligned} y &= 2x + 1 \text{ に代へ} \\ y &= 2 + 1 \\ &= 3 \end{aligned} \quad A. (1, 3)$$

(2) 放物線 $y = -x^2$ のグラフと、直線 $y = -2x + k$ の共有点の個数を調べよ。

$$-x^2 = -2x + k \text{ とおく}$$

$$x^2 - 2x + k = 0 \text{ の判別}$$

$$\begin{aligned} D &= (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot k \\ &= 4 - 4k \end{aligned}$$

$$(i) 4 - 4k > 0$$

すなわち

$$-4k > -4$$

$$k < 1 \text{ かつ}$$

共有点は 2 個

$$(ii) 4 - 4k = 0$$

すなわち

$$-4k = -4$$

$$k = 1 \text{ のとき}$$

共有点は 1 個

$$(iii) 4 - 4k < 0$$

すなわち

$$-4k < -4$$

$$k > 1 \text{ かつ}$$

共有点は なし