

第17回 2次方程式

2次方程式 $\cdots ax^2 + bx + c = 0$ (a, b, c は実数, $a \neq 0$)

解 $\cdots$ 方程式を満たす値 (等号が成り立つ x の値)

Pattern. 1 因数分解の利用

★POINT★

2次方程式 $\Rightarrow$ 因数分解してみる!

(例題 1) 次の2次方程式を解け。

(1) $x^2 - 3x + 2 = 0$

$(x-1)(x-2) = 0$

$x = 1, 2$

(2) $6x^2 - 5x - 4 = 0$

$(2x+1)(3x-4) = 0$

$x = -\frac{1}{2}, \frac{4}{3}$

$\begin{array}{r} 2 \\ 3 \end{array} \times \begin{array}{r} 1 \\ -4 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 3 \\ -8 \\ \hline -5 \end{array}$

Pattern. 2 解の公式

2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解は必ず、

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

b が偶数のとき、 $\frac{b}{2} = b'$ とすると、

$$x = \frac{-b' \pm \sqrt{b'^2 - ac}}{a}$$

★POINT★

① まず因数分解! $\cdots$ できなかつたら $\Rightarrow$ 解の公式!

(例題 2) 2次方程式 $2x^2 + 3x - 4 = 0$ の解を求めよ。

$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 2 \cdot (-4)}}{2 \cdot 2}$

$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 32}}{4}$

$x = \frac{-3 \pm \sqrt{41}}{4}$

Pattern. 3 解の判別

$$\downarrow b \text{ が偶数 } a \neq 0$$

$$(ax^2 + 2bx + c = 0 \rightarrow \frac{D}{4} = b^2 - ac)$$

2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ において、 $b^2 - 4ac$ を判別式といい、 D で表す。

$D = b^2 - 4ac$ の符号	$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
実数解	$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	$x = -\frac{b}{2a}$	なし
実数解の個数	2 個	1 個	0 個

★POINT★

2次方程式の解の個数

⇒ 判別式 $D = b^2 - 4ac$

$$\left\{ \begin{array}{ll} D > 0 & \Leftrightarrow \text{異なる2つの実数解} \\ D = 0 & \Leftrightarrow \text{1つの実数解 (重解)} \\ D < 0 & \Leftrightarrow \text{実数解はない} \end{array} \right.$$

(例題 3) $2x^2 - x - m + 3 = 0$ の実数解の個数を求めよ。

$$D = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-m + 3)$$

$$= 1 + 8m - 24$$

$$= 8m - 23$$

(i) $D > 0$ とき $8m - 23 > 0$

$$8m > 23$$

$$m > \frac{23}{8} \text{ とき 異なる2つの実数解}$$

(ii) $D = 0$ とき $8m - 23 = 0$

$$m = \frac{23}{8} \text{ とき 1つの実数解}$$

(iii) $D < 0$ とき $8m - 23 < 0$

$$m < \frac{23}{8} \text{ とき 実数解なし}$$

p. 59

15

p. 59

6

7

8