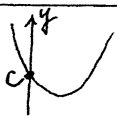
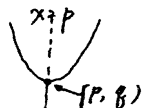
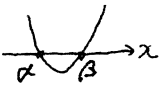


第16回 2次関数の決定

2次関数の表し方

	式	特徴	グラフ
一般形	$y = ax^2 + bx + c$	y 軸との交点が $(0, c)$ x, y を代入しやすい	
基本形 (平方完成形)	$y = a(x - p)^2 + q$	頂点 (p, q) 軸 $x = p$	
因数分解形	$y = a(x - \alpha)(x - \beta)$	x 軸との交点が $(\alpha, 0), (\beta, 0)$	

Pattern. 1 条件による式を選択

★POINT★

- ① 3 点を通る $\Rightarrow y = ax^2 + bx + c$ とおき、 a, b, c を求める。
- ② 頂点や軸がわかる $\Rightarrow y = a(x - p)^2 + q$ とおき、 a, p, q を求める。
- ③ x 軸との交点がわかる $\Rightarrow y = a(x - \alpha)(x - \beta)$ とおき、 a, α, β を求める。

(例題 1) グラフが次の条件を満たすとき、その 2 次関数を求めよ。

(1) 3 点 $(-1, 5), (2, 5), (3, 9)$ を通る。

$y = ax^2 + bx + c$ とおき、3 点をそれぞれ代入

$$\begin{cases} a - b + c = 5 & \dots ① \\ 4a + 2b + c = 5 & \dots ② \\ 9a + 3b + c = 9 & \dots ③ \end{cases}$$

$$\begin{aligned} &③ - ④ \text{ より} \\ &5a + b = 4 \\ &-) \quad a + b = 0 \\ &\hline &4a = 4 \\ &\quad a = 1 \end{aligned}$$

② - ① より

$$\begin{aligned} &4a + 2b + c = 5 \\ &-) \quad a - b + c = 5 \\ &\hline &3a + 3b = 0 \\ &\quad a + b = 0 \dots ④ \end{aligned}$$

③ - ② より

$$\begin{aligned} &9a + 3b + c = 9 \\ &-) \quad 4a + 2b + c = 5 \\ &\hline &5a + b = 4 \dots ⑤ \end{aligned}$$

④ に代入して

$$\begin{aligned} &1 + b = 0 \\ &\quad b = -1 \end{aligned}$$

① に代入して

$$\begin{aligned} &1 + 1 + c = 5 \\ &\quad c = 3 \end{aligned}$$

$$\therefore y = x^2 - x + 3$$

(2) 頂点が点 $(-1, 3)$ で、点 $(1, 7)$ を通る。

$$y = a(x-p)^2 + q \text{ とおく}$$

$$y = a(x+1)^2 + 3 \text{ に } (1, 7) \text{ を代入}$$

$$7 = a \cdot 2^2 + 3$$

$$7 = 4a + 3$$

$$4a = 4 \quad a = 1$$

↓

$$y = (x+1)^2 + 3$$

$$y = x^2 + 2x + 1 + 3$$

$$\therefore y = x^2 + 2x + 4$$

P 93 [12]

(3) x^2 の係数が $-\frac{2}{a}$ で、 x 軸と 2 点 $(-3, 0)$, $(1, 0)$ で交わる。

$$y = a(x-\alpha)(x-\beta) \text{ とおく}$$

$$y = -2(x+3)(x-1)$$

$$y = -2(x^2 + 2x - 3)$$

$$\therefore y = -2x^2 - 4x + 6$$

Pattern. 2 その他の条件の利用

★POINT★

・放物線が平行移動 $\Rightarrow y = ax^2 + bx + c$ の a が同じ。

・頂点が $y = f(x)$ 上 $\Rightarrow$ 頂点 $(t, f(t))$

(例題 2) グラフは放物線 $y = x^2 - x - 2$ を平行移動したもので、点 $(2, 3)$ を通り、その頂点は直線 $y = 3x - 1$ 上にある。このような 2 次関数を求めよ。

頂点が $y = 3x - 1$ 上だから、頂点の x 座標を t とすると 頂点 $(t, 3t - 1)$

$y = x^2 - x - 2$ を平行移動したから、 x^2 の係数は 1

よって、求める放物線は

$$y = 1 \cdot (x-t)^2 + 3t - 1 \text{ とおける}$$

これが $(2, 3)$ を通るから、

$$3 = (2-t)^2 + 3t - 1$$

$$3 = 4 - 4t + t^2 + 3t - 1$$

$$0 = t^2 - t$$

$$t(t-1) = 0$$

$$t = 0, 1$$

$$\therefore \begin{cases} t=0 \text{ かつ } y = x^2 - 1 \\ t=1 \text{ かつ } y = (x-1)^2 + 2 \end{cases}$$

$$y = x^2 - 2x + 3$$

$$y = x^2 - 2x + 3$$

P 93

[12]

P 93 [13]