

第15回 最大・最小の応用

Pattern. 1 区間が動く場合

★POINT★

- ・グラフの軸と区間の位置関係（中央・両端）で場合分けをする。
- ・最大値・最小値 それぞれ3つずつに場合分け。（合わせて5つ。）

	軸が区間の 右 外	軸が区間の 右 側	軸が区間の 中 央	軸が区間の 左 側	軸が区間の 左 外
グラフ					
最大値	$y = f(a)$		$y = f(a) = f(b)$	$y = f(b)$	
最小値	$y = f(b)$	$y = f(p) = q$			$y = f(a)$

(例題 1) 定義域が $0 \leq x \leq a$ のとき、 $y = x^2 - 4x + 1$ の最大値および最小値を求めよ。

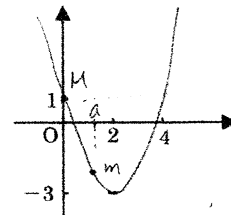
$$y = x^2 - 4x + 1 \quad (i) \ a < 2 \text{ のとき (軸は右外)}$$

$$y = (x-2)^2 - 3$$

グラフより

$$\begin{cases} M = f(0) = 1 \\ m = f(a) = a^2 - 4a + 1 \end{cases}$$

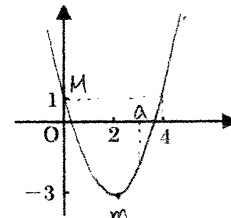
Ⓐ $(2, -3)$



(ii) $2 \leq a < 4$ のとき (軸は区間右側)

グラフより

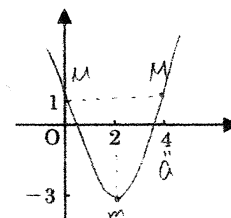
$$\begin{cases} M = f(0) = 1 \\ m = f(2) = -3 \end{cases}$$



(iii) $a \geq 4$ のとき (軸は区間中央)

グラフより

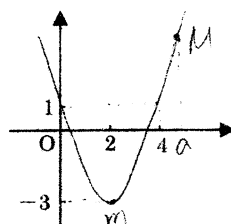
$$\begin{cases} M = f(0) = f(4) = 1 \\ m = f(2) = -3 \end{cases}$$



(v) $4 < a$ のとき (軸は区間左側)

グラフより

$$\begin{cases} M = f(a) = a^2 - 4a + 1 \\ m = f(0) = -3 \end{cases}$$



Pattern. 2 グラフが動く場合

★POINT★

・グラフの軸と区間の位置関係で場合分けをする。

(例題 2) a を正の定数としたとき、 $y = -x^2 + 2ax$ ($0 \leq x \leq 2$) の最大値および最小値を求めよ。

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 2ax \\ &= -(x-a)^2 + a^2 \end{aligned} \quad \text{① (頂) } (a, a^2)$$

$$f(a) = a^2$$

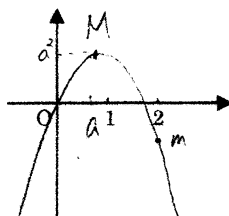
$$f(0) = 0$$

$$f(2) = -4 + 4a$$

(i) $0 \leq a < 1$ のとき (軸は区間左側)

グラフより

$$\begin{cases} M = f(a) = a^2 \\ m = f(2) = -4 + 4a \end{cases}$$

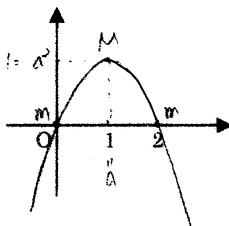


(ii) $a = 1$ のとき (軸が区間の中央)

グラフより

$$a=1$$

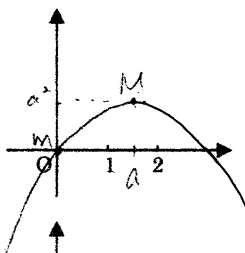
$$\begin{cases} M = f(a) = a^2 = 1 \\ m = f(0) = f(2) = 0 \end{cases}$$



(iii) $1 < a < 2$ のとき (軸は区間右側)

グラフより

$$\begin{cases} M = f(a) = a^2 \\ m = f(0) = 0 \end{cases}$$



(iv) $2 \leq a$ のとき (軸は区間右外)

グラフより

$$\begin{cases} M = f(2) = -4 + 4a \\ m = f(0) = 0 \end{cases}$$

