第14回　2次関数の最大・最小

Pattern. 1　定義域のない最大・最小

☆POINT☆

・２次関数の最大・最小は**グラフ**で考える！

⇒まずは基本形 $y=a(x-p)^2+q$ の形に直し、頂点に注目！

定まらないときは「ない」となる！

$a>0$ のとき、	$x=p$ で	**最小値**	q	，最大値	**ない**
$a<0$ のとき、	$x=p$ で	**最大値**	q	，最小値	**ない**

（例題 1）２次関数 $y=-2x^2+4x+6$ の最大値または最小値を求めよ。また、そのときの x の値を求めよ。

$y=-2(x^2-2x)+6$

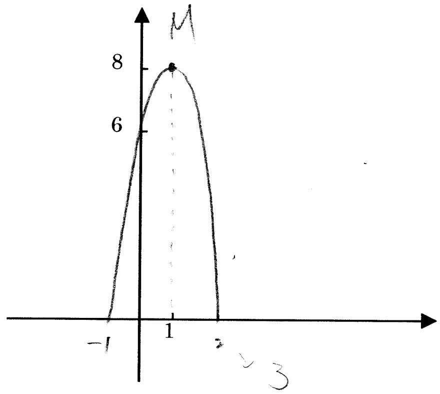
$y=-2\{(x-1)^2-1\}+6$

$y=-2(x-1)^2+2+6$

$y=-2(x-1)^2+8$

よって、グラフは頂点 $(1,8)$

上に凸の放物線だから



$x=1$ のとき最大値 8、最小値ない

Pattern. 2　定義域のある最大・最小

☆POINT☆

頂点と**区間の端**に注目！

区間に頂点が**含まれる**とき　⇒　$a>0$ のとき、**頂点**が最小値、**遠い端**が最大値

$a<0$ のとき、**頂点**が最大値、**遠い端**が最小値

区間に頂点が**含まれない**とき　⇒　**区間の両端**が最大値 or 最小値

(例題 2)次の関数の最大値・最小値を求めよ。

(1) $y = x^2 + 2x + 2 \qquad (-2 \leqq x \leqq 1)$

$y = f(x)$ とする

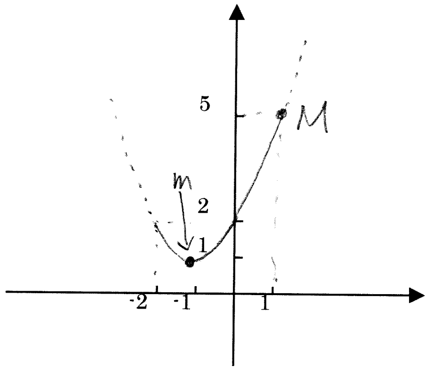
$f(x) = (x+1)^2 + 1 \qquad f(0) = 2$

頂点 $(-1, 1)$ $a>0$ より下に凸

$f(-2) = (-2+1)^2 + 1 = 2$

$f(1) = (1+1)^2 + 1 = 5$

よって $\begin{cases} x=1 \text{ のとき最大値 } 5 \\ x=-1 \text{ のとき最小値 } 1 \end{cases}$



(2) $y = -x^2 + 4x + 1 \qquad (0 < x \leqq 1)$

$y = f(x)$ とする

$f(x) = -(x^2 - 4x) + 1$

$f(x) = -\{(x-2)^2 - 4\} + 1$

$f(x) = -(x-2)^2 + 4 + 1$

$f(x) - (x-2)^2 + 5$

頂点 $(2, 5)$

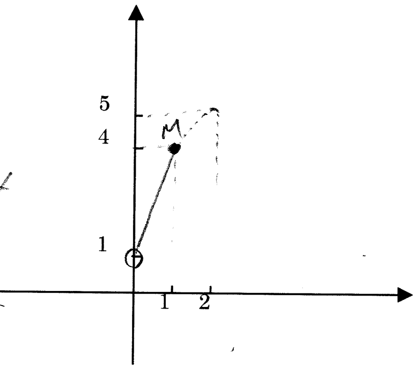
$a<0$ より上に凸

$f(0) = 1$

$f(1) = -1+4+1 = 4$

よって

$\begin{cases} x=1 \text{ のとき最大値 } 4 \\ \text{最小値はない} \end{cases}$



(例題 3)関数 $y = x^2 + 2x + c \quad (-2 \leqq x \leqq 2)$ の最大値が 5 であるように、定数 c の値を求めよ。

$y = f(x)$ とする

$f(x) = (x+1)^2 - 1 + c$

頂点 $(-1, -1+c)$ $a>0$ より下に凸

グラフより $x=2$ のとき最大値 5 だから

$f(2) = 2^2 + 2\cdot 2 + c$

$= 8 + c$

$8 + c = 5$ より

$c = -3$