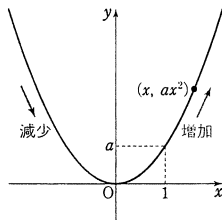


## 第13回 2次関数

### ① $y = ax^2$ のグラフ

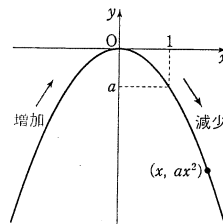
(i)  $a > 0$

下に凸



(ii)  $a < 0$

上に凸



### ② $y = a(x-p)^2 + q$ のグラフ [基本形]

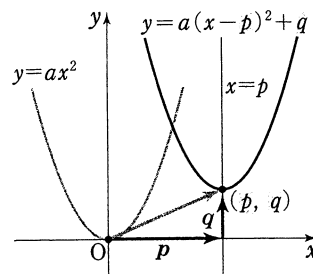
$\Rightarrow y = ax^2$  のグラフを  $x$  軸方向に  $p$ 、 $y$  軸方向に  $q$  だけ平行移動したもの

軸： 直線  $x = p$

頂点：  $(p, q)$

### ③ $y = ax^2 + bx + c$ のグラフ [一般形]

$\Rightarrow$  平方完成をして  $y = a(x-p)^2 + q$  に直す！



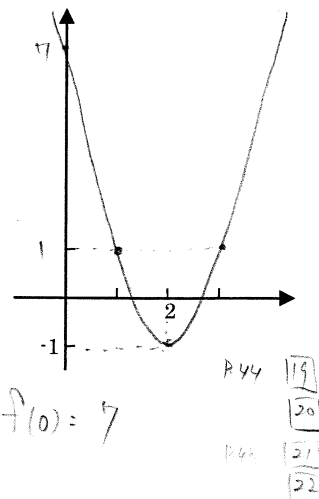
### Pattern. 1 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフ

#### ★POINT★

- ・グラフを書くために、まず平方完成して、 $y = a(x-p)^2 + q$  に直す。
- ・頂点  $(p, q)$  として、 $y = ax^2$  のグラフを書く。(切片は  $f(0) \leftarrow x$  に 0 を代入した値)

(例題 1) 2 次関数  $y = 2x^2 - 8x + 7$  のグラフをかけ。また、その頂点と軸をいえ。

$$\begin{aligned}
 y &= 2x^2 - 8x + 7 \\
 y &= 2(x^2 - 4x) + 7 && \left\{ \begin{array}{l} x^2 \text{ の係数で } \llcorner \text{ (定数項以外)} \\ \text{① } x \text{ の係数の半分の 2 乗を } \llcorner \\ \text{② ① で } \llcorner \text{ した数を } \llcorner \end{array} \right. \\
 y &= 2(x^2 - 4x + 4 - 4) + 7 && \left\{ \begin{array}{l} \text{①} \\ \text{②} \end{array} \right. \\
 y &= 2\{(x-2)^2 - 4\} + 7 && \left\{ \begin{array}{l} \text{分配法則} \end{array} \right. \\
 y &= 2(x-2)^2 - 8 + 7 && \text{よって 頂点 } (2, -1) \\
 y &= 2(x-2)^2 - 1 && \text{軸 } x = 2
 \end{aligned}$$



## Pattern. 2 グラフの平行移動と対称移動

### ★POINT★

・代入するだけ！（置き換えるだけ！）

#### ①平行移動

$$\begin{cases} x \text{ 軸方向に } p \Rightarrow x = (x-p) \\ y \text{ 軸方向に } q \Rightarrow y = (y-q) \end{cases}$$

#### ②対称移動

$$\begin{cases} \cdot x \text{ 軸に関して対称} \Rightarrow y = -y \\ \cdot y \text{ 軸に関して対称} \Rightarrow x = -x \\ \cdot \text{原点に関して対称} \Rightarrow y = -y, x = -x \end{cases}$$

(例題 2) 2 次関数  $y = x^2 - 4x + 5$  のグラフを次のように移動したとき、

そのグラフを表す 2 次関数を求めよ。

(1)  $x$  軸方向に 3,  $y$  軸方向に  $-4$  平行移動

$x = x-3$ ,  $y = y+4$  を代入

$$y+4 = (x-3)^2 - 4(x-3) + 5$$

$$y = x^2 - 6x + 9 - 4x + 12 + 5 - 4$$

$$y = x^2 - 10x + 22$$

$$y = (x-5)^2 - 25 + 22$$

$$y = (x-5)^2 - 3$$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{頂点 } (5, -3) \\ \text{軸 } x = 5 \end{array} \right.$

(2)  $x$  軸に関して対称移動

$y = -y$  を代入

$$-y = x^2 - 4x + 5$$

$$y = -x^2 + 4x - 5$$

両辺  $\times (-1)$

$$y = -(x^2 - 4x) - 5$$

$$y = -\{(x-2)^2 - 4\} - 5$$

$$y = -(x-2)^2 + 4 - 5$$

$$y = -(x-2)^2 - 1$$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{頂点 } (2, -1) \\ \text{軸 } x = 2 \end{array} \right.$

覚えておこう！ 関数であることを表す記号 “ $f(x)$ ”

例 1)  $y = f(x)$  ( $y$  は  $x$  の関数である)

例 2)  $y = x^2 - 3x + 1$        $x = 2$  のとき  $y = -1$        $x = 0$  のとき  $y = 1$   
 $f(x) = x^2 - 3x + 1$        $f(2) = -1$        $f(0) = 1$

例 3)  $y = f(x)$  について

<平行移動>  $x$  軸方向に  $p$ ,  $y$  軸方向に  $q \Rightarrow y - q = f(x - p)$

<対称移動>  $x$  軸:  $-y = f(x)$      $y$  軸:  $y = f(-x)$     原点:  $-y = f(-x)$