

第11回 反復試行の確率

Pattern. 1 反復試行の確率

★POINT★

反復試行…同じ試行を繰り返し行なうこと。

事象 A の起こる確率が p である試行を n 回繰り返すとき、事象 A が r 回起こる確率 P_r は、

$$P_r = {}_n C_r \cdot p^r \cdot (1-p)^{n-r}$$

(例題 1) 3 つの中から 1 つを選択して答える問題が 5 問ある。各問に対してでたために解答するとき、3 問正解する確率を求めよ。

$$n=5, r=3, p=\frac{1}{3}$$

$${}_5 C_3 \left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(1-\frac{1}{3}\right)^{5-3} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{40}{243}$$

P. 40
11
12
13
14
15
16

Pattern. 2 ちょうど n 回目に起こる確率

★POINT★

「確率 p の事象がちょうど n 回目に r 回目が起こる確率」

⇒ $(n-1)$ 回目までに $(r-1)$ 回起こる確率 $\times p$

(↑ n 回目に r 回目)

(例題 2) A 君と B 君がテニスの試合を行うとき、先に 3 ゲームを取った方が勝者となる。各ゲームで A 君、B 君が勝つ確率は、それぞれ $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{3}$ であるとき、次の問いに答えよ。

(1) ちょうど 5 ゲームで A が勝者となる確率を求めよ。

→ 4 ゲーム目のゲームカウント 2-2 で、5 ゲーム目は A が勝つ

$$\frac{{}_4 C_2 \left(\frac{2}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \frac{2}{3}}{\text{4ゲーム目まで 5ゲーム目A}} = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{2}{3} = \frac{16}{81}$$

P. 40
17
18

(2) Aが勝者となる確率を求めよ。

(i) Aが3ゲーム連続して勝つ

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$$

(ii) Aがゲームカウント3-1で勝つ

→ 3ゲーム目で2-1、その後A

$$3C_2 \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right) \times \frac{2}{3} = 3 \cdot \frac{4 \cdot 1}{9} \cdot \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$$

(iii) Aがゲームカウント3-2で勝つ

$$11) 4C_2 \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \frac{2}{3} = \frac{16}{81}$$

(i), (ii), (iii) より和の法則により

$$= \frac{8}{27} + \frac{8}{27} + \frac{16}{81}$$

$$= \frac{24}{81} + \frac{24}{81} + \frac{16}{81}$$

$$= \frac{64}{81}$$

$$\begin{array}{r} 141 \\ 179 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ 21 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22 \end{array}$$

$$1.42 \begin{array}{r} 23 \end{array}$$

Pattern. 2 動く点と反復試行

★POINT★

n 回中事象 A が r 回起こり、事象 $\bar{A}$ が $(n-r)$ 回起こる。⇒ r について方程式を立てる！

(例題3) 数直線上を動く点 P が原点の位置にある。1個のさいころを投げて、3の倍数が出たときは、 P は正の向きに2進み、他の目が出たときには P は負の向きに1だけ進む。さいころを6回投げたとき、点 P が原点に戻っている確率を求めよ。

$$A \dots 3\text{の倍数とすると} \quad P(A) = \frac{1}{3} \quad P(\bar{A}) = \frac{2}{3}$$

$$(+2) \quad (-1)$$

6回のうち A が r 回起こると、 $\bar{A}$ は $(6-r)$ 回起こるから

6回で原点に戻るには

$$(+)2r + (-1)(6-r) = 0$$

$$2r - 6 + r = 0$$

$$3r = 6$$

$$r = 2$$

よって求める確率は

$$6C_2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^{6-2} = \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{80}{243}$$

$$1.42$$

$$\begin{array}{r} 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27 \end{array}$$