

第10回 確率

試行…偶然起こることがらを考察するための実験や観測

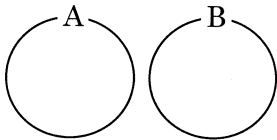
事象…試行の結果

事象Aの起こる確率 $P(A) = \frac{\text{事象Aの起こる場合の数 } n(A)}{\text{起こりうるすべての事象の数 } n(U)} \quad (0 \leq P(A) \leq 1)$

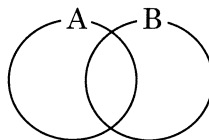
2つ以上の事象について

排反…事象Aと事象Bが2つの事象が同時に起こらないことを互いに排反であるという。

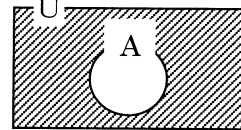
排反事象



排反でない事象



余事象 $P(\bar{A})$



Pattern. 1 確率の足し算(加法定理)

★POINT★

排反のとき $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

そのまま足し算

排反でないとき $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

和から共通部分を引く!

余事象 $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

「少なくとも…」のとき!

(例題 1) 男子 8 人、女子 7 人の中から 3 人の代表を選ぶとき、次の場合の確率を求めよ。

(1) 3 人とも同性である。

(2) 少なくとも 1 人が女子である。

$$n(U) = {}_{15}C_3 = \frac{15 \times 14 \times 13}{1 \times 2 \times 1} = 455$$

A (男子 3 人選ぶ), B (女子 3 人選ぶ)

$$n(A) = {}_8C_3 = \frac{8 \times 7 \times 6}{1 \times 2 \times 1} = 56 \quad P(A) = \frac{56}{455}$$

$$n(B) = {}_7C_3 = \frac{7 \times 6 \times 5}{1 \times 2 \times 1} = 35 \quad P(B) = \frac{35}{455}$$

A と B は互いに排反

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) \\ &= \frac{56}{455} + \frac{35}{455} = \frac{91}{455} = \frac{1}{5} \end{aligned}$$

余事象は「3人とも男子」

よって求める確率は

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

$$= 1 - \frac{56}{455}$$

$$= \frac{399}{455} = \frac{57}{65}$$

排反

126
26
35
55
59
70
74
78
84
88
92
96
100

104
108
112
116
120
124
128
132
136
140
144
148
152
156
160
164
168
172
176
180
184
188
192
196
200

独立試行… 2つ以上の試行において、それぞれの結果が他の結果と無関係である試行のこと。

例) トランプから2枚のカードを引くとき、

① 1枚目を引いて、元に戻してから2枚目を引く ⇒ 独立

② 1枚目を引いて、元に戻さずに2枚目を引く ⇒ 独立でない (2回目は確率が異なる。)

Pattern. 2 独立試行の確率

★POINT★

AとBが独立ならば、事象Aが起こり、
さらに事象Bが起こる確率P

$$P = P(A) \cdot P(B)$$

(例題 2) 独立試行の確率

(1) 1個のさいころを続けて投げるとき、

① 1回目は奇数、2回目は3の倍数、3回目は4以下の目が出る確率を求めよ。

1回目から3回目まですべて独立試行だから

$$\frac{3}{6} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{6} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{9}$$

独立(2,3)

p. 38

1
2
3
4
5

独立(3)

p. 39

6
7
8
9
10

② 4回目に初めて1が出る確率を求めよ。

4回とも独立試行

$$1以外が3回で、4回目に1が出る → \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{125}{1296}$$

(2) A, B 2人が弓道で的に当てる確率は、Aが $\frac{2}{3}$, Bが $\frac{4}{7}$ であるとき、少なくとも1人が 当たる確率を求めよ。

独立試行

→ 余事象「2人ともはずす」

$$P(A) = \frac{2}{3}, \quad P(\bar{B}) = \frac{3}{7}$$

よって求める確率は

$$p = 1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{7} = 1 - \frac{1}{7} = \frac{6}{7}$$

※独立でない試行「元に戻さずに…」については条件付き確率で学習します。