

第8回 組合せ

Pattern. 1 組合せ

★POINT★

- ・順序を問わない選び方（選ぶだけ並べない） $\Rightarrow$ 組合せ ${}_nC_r$
- ・「少なくとも」 $\Rightarrow$ 全事象 - 余事象

(例題 1) A チーム 6 人、B チーム 7 人、合計 13 人から 6 人選ぶとき、次のような選び方は何通りあるか。

(1) A チーム、B チームのそれぞれから 3 人ずつ選ぶ方法

$${}_6C_3 \times {}_7C_3 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} = \underline{170 \text{ 通り}}$$

(2) A チームから特定の 2 人を選び、残り 4 人を A, B 両チームから 2 人ずつ選ぶ方法

↳ 特定だから 1 通り

$$1 \times {}_4C_2 \times {}_8C_2 = 1 \cdot \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \cdot \frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1} = \underline{126 \text{ 通り}}$$

↑
A チーム残り 4 人から 2 人

(3) A チームから少なくとも 2 人を選ぶ方法 $\Rightarrow$ 余事象は $\begin{cases} \text{Aから0人, Bから6人} \\ \text{or} \\ \text{Aから1人, Bから5人} \end{cases}$

$$\text{全事象} = {}_{13}C_6 = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \underline{1716 \text{ 通り}}$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{Aから0人} \\ \text{Bから6人} \end{array} \right) = {}_6C_0 \cdot {}_7C_6 = 1 \cdot 7 = \underline{7 \text{ 通り}}$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{Aから1人} \\ \text{Bから5人} \end{array} \right) = {}_6C_1 \cdot {}_7C_5 = 6 \cdot \frac{7 \cdot 6}{2 \cdot 1} = \underline{126 \text{ 通り}}$$

$$\therefore \text{全事象} - \text{余事象} = 1716 - (7 + 126) = \underline{1583 \text{ 通り}}$$

< ${}_nC_r$ の性質 >

< 例 >

$$\left\{ \begin{array}{l} \cdot {}_nC_0 = {}_nC_n = 1 \\ \cdot {}_nC_r = {}_nC_{n-r} \\ \cdot {}_nC_1 = {}_nC_{n-1} = n \end{array} \right.$$

$${}_{10}C_0 = {}_{10}C_{10} = 1$$

$${}_{10}C_8 = {}_{10}C_{10-8} = {}_{10}C_2 = 45$$

$${}_{10}C_1 = {}_{10}C_9 = 10$$

Pattern. 2 グループ分け

★POINT★

・分ける組に区別の有無に注目! 「区別無しがn組」 $\Rightarrow$ $\frac{n!}{n!}$

(例題 2) 9 人を次のように分ける方法は何通りあるか。

(1) 5 人、3 人、1 人に分ける
 $\hookrightarrow$ 区別アリ!

$$\begin{aligned} & {}_9C_5 \cdot {}_4C_3 \cdot {}_1C_1 \\ &= {}_9C_4 \cdot {}_4C_1 \cdot 1 \\ &= \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 4 \cdot 1 \\ &= \underline{\underline{504 \text{ 通り}}} \end{aligned}$$

(2) A, B, C の組に 3 人ずつ分ける

$\hookrightarrow$ 区別アリ!

$$\begin{aligned} & {}_9C_3 \cdot {}_6C_3 \cdot {}_3C_3 \\ &= \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 1 \\ &= \underline{\underline{1680 \text{ 通り}}} \end{aligned}$$

(3) 3 人ずつ 3 つの組に分ける

$\hookrightarrow$ 区別ナシ!

$$\begin{aligned} & \frac{{}_9C_3 \cdot {}_6C_3 \cdot {}_3C_3}{3!} \quad \leftarrow \begin{array}{l} (2) A, B, C \text{ の並べ方} \\ 3! \text{ が同じなので} \end{array} \\ &= \frac{1680}{3 \cdot 2} \\ &= \underline{\underline{280 \text{ 通り}}} \end{aligned}$$

(4) 4 人、4 人、1 人に分ける

$\hookrightarrow$ ココだけ区別ナシ!

$$\begin{aligned} & \frac{{}_9C_4 \cdot {}_5C_4 \cdot {}_1C_1}{2!} \\ &= \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 5 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \\ &= \underline{\underline{315 \text{ 通り}}} \end{aligned}$$