

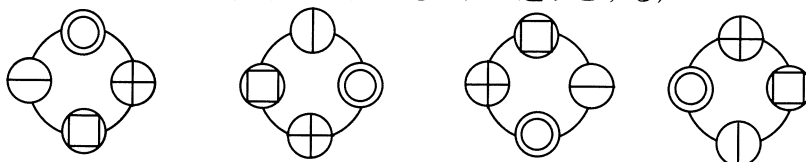
第7回 いろいろな順列(2)

Pattern. 1 円順列・じゅず順列

☆POINT☆

・円順列

例) 4個の場合 (回転して同じものは1通りとする)

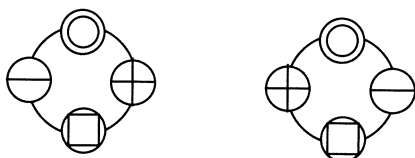


の4通りは同じものとみなすので $\frac{4!}{4}$ 通り

n 個の場合は n 通りをおなじものとみなすので $\frac{n!}{n}$ 通り $\Rightarrow \underline{(n-1)! \text{ 通り}}$

・じゅず順列 (←ひっくりかえすことができる円順列)

例) 4個の円順列のうち (円順列のうち左右対称なものを1通りとする)



の2通りは同じものとみなすので $\frac{(4-1)!}{2}$ 通り。よって n 個の場合 $\Rightarrow \underline{\frac{(n-1)!}{2} \text{ 通り}}$

(例題 1) 色の異なる 6 個の玉がある。このとき次のような方法は何通りあるか。

(1) 円形に並べる方法。

$$(6-1)! = 5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = \underline{120 \text{ 通り}}$$

(2) 糸でつないで首飾りにする方法。

$$\frac{(6-1)!}{2} = \frac{5!}{2} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{2} = \underline{60 \text{ 通り}}$$

Pattern. 2 重複順列

★POINT★

・ 重複順列… n 通りを r 回繰り返す $\Rightarrow n^r$ 通り

(例題 2) 次のような方法は何通りあるか。

(1) 3 題の問題に $\bigcirc, \times$ で答えるとき。

$n=3$ 回

$r=2$ 通り

$$2^3 = 8 \text{ 通り}$$

(2) 5 題の問題に $\bigcirc, \triangle, \times$ で答えるとき。

$n=5$ 回

$r=3$ 通り

$$3^5 = 243 \text{ 通り}$$

Pattern. 3 同じものを含む順列

★POINT★

同じものを含む順列

n 個のうち同じものが p 個、 q 個、 r 個含まれる順列

$$\Rightarrow \frac{n!}{p!q!r!} \quad \left(= {}_nC_p \times {}_{n-p}C_q \times {}_{n-p-q}C_r \right)$$

(例題 3) YOKOHAMA の 8 文字の並べ方は全部で何通りあるか。

8 個のうち O が 2 つ、A が 2 つずつあるから

$$\frac{8!}{2!2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{2 \cdot 2}$$

$$= 10080 \text{ 通り}$$

$$\begin{aligned} & \textcircled{8!} \\ & {}_8C_2 \times {}_6C_2 \times {}_4C_1 \times {}_3C_1 \times {}_2C_1 \\ & = \frac{8 \cdot 7}{2} \cdot \frac{6 \cdot 5}{2} \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \\ & = 10800 \text{ 通り} \end{aligned}$$