

第5回 場合の数

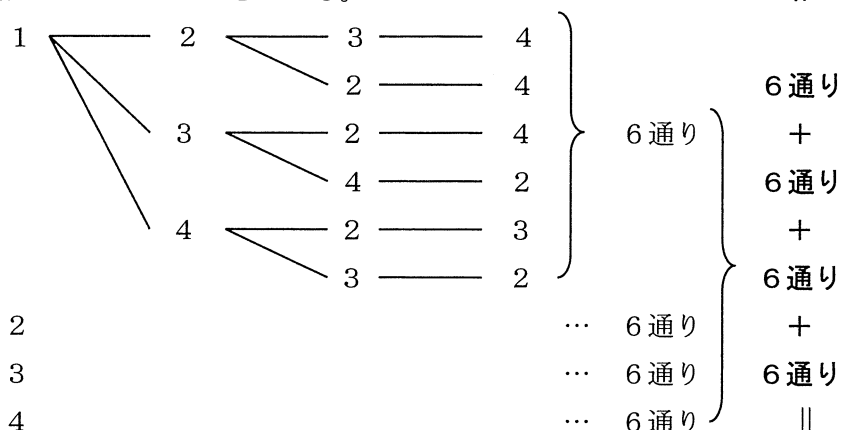
和の法則…Aが a 通り、Bが b 通り起こり A,Bが同時に起こらない。

$$\Rightarrow a+b \text{ 通り}$$

積の法則…Aが a 通り、Bが b 通り起こり A,Bが同時に起こる。

$$\Rightarrow a \times b \text{ 通り}$$

例) 1～4のカードを並べる。



$$\text{積 (4通り)} \times (3通り) \times (2通り) \times (1通り) = 24通り$$

基 中級
P.10~11
11~10

Pattern. 1 約数の個数と約数の総和

★POINT★

・自然数 $a^p b^q c^r$ と素因数分解されるとき、

その正の約数の個数は $(p+1)(q+1)(r+1)$ 個 (←指数+1の積)

その約数の総和は $(1+a+a^2+\cdots+a^p)(1+b+b^2+\cdots+b^q)(1+c+c^2+\cdots+c^r)$

(例題 1) 720 の正の約数は何個あるか。またその総和を求めよ。

$$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5^1$$

$$\text{約数の個数} = (4+1) \cdot (2+1) \cdot (1+1) = 5 \cdot 3 \cdot 2 = 30 \text{ 個}$$

$$\text{約数の総和} = (1+2+2^2+2^3+2^4) \cdot (1+3+3^2) \cdot (1+5)$$

$$= (1+2+4+8+16) \cdot (1+3+9) \cdot (1+5)$$

$$= 31 \cdot 13 \cdot 6$$

$$= 2418$$

P.12
11-授
12-HW
13 } 課
14 }

(1)階乗…異なる n 個を全部並べる。

$$n! = n(n-1)(n-2) \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1 \quad \text{ただし, } 0! = 1 \text{ とする。}$$

例) $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

(2)順列…異なる n 個の中から r 個を選んで並べる。

ただし, ${}_nP_0 = 1$ とする。

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!} = \underbrace{n(n-1)(n-2) \cdots (n-r+1)}_{r \text{ 個}} \quad \text{例) } {}_{10}P_3 = 10 \cdot 9 \cdot 8 = 630$$

(3)組合せ…異なる n 個の中から r 個を選ぶ。

$${}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \frac{{}_nP_r}{r!} \quad \text{例) } {}_{10}C_3 = \frac{{}_{10}P_3}{3!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120 \quad \text{ただし, } {}_nC_n = 1 \text{ とする。}$$

Pattern. 2 階乗・順列・組み合わせ

★POINT★

順列か組み合わせかの判断は入れ替えたとき

異なるものとする $\Rightarrow$ 順列 同じものとする $\Rightarrow$ 組み合わせ

(例題 2) 次の問いに答えよ。

(1)異なる 5 枚のカードの並べ方は何通りか。

$$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = \underline{120 \text{ 通り}}$$

(2)異なる 5 枚のカードから 3 枚選んで並べる方法は何通りか。

$${}_5P_3 = \underbrace{5 \cdot 4 \cdot 3}_{5! \text{ の上から 3 つ分}} = 60 \text{ 通り}$$

(3)異なる 5 枚のカードから 3 枚を選ぶ方法は何通りか。

$${}_5C_3 = \frac{{}_5P_3}{3!} = \frac{5 \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3}}{\cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot 1} = 10 \text{ 通り}$$

$$\textcircled{\text{別}} \quad \left(\begin{aligned} {}_5C_3 &= {}_5C_2 \\ &= \frac{5 \cdot \cancel{4}}{\cancel{2} \cdot 1} \\ &= 10 \end{aligned} \right)$$

P. 13

18

19

20

階乗

P. 14

21

P. 15

22

順列

23

24

P. 15

25

26

27

組合せ

P. 19

1

2

3

P. 20

P. 20 ~ 21

4

5

6

7

8

9

10

Comb