

第5回 場合の数

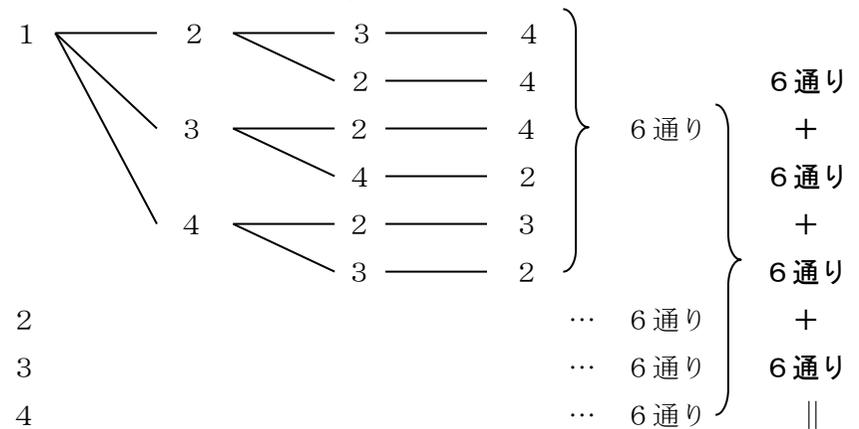
和の法則…Aが a 通り、Bが b 通り起こり A,Bが同時に起こらない。

⇒ $a+b$ 通り

積の法則…Aが a 通り、Bが b 通り起こり A,Bが同時に起こる。

⇒ $a \times b$ 通り

例) 1～4のカードを並べる。



積 (4通り) × (3通り) × (2通り) × (1通り) = 24通り

Pattern.1 約数の個数と約数の総和

★POINT★

・自然数 $a^p b^q c^r$ と素因数分解されるとき、
 その正の約数の個数は $(p+1)(q+1)(r+1)$ 個 (←指数+1の積)
 その約数の総和は $(1+a+a^2+\dots+a^p)(1+b+b^2+\dots+b^q)(1+c+c^2+\dots+c^r)$

(例題1) 720の正の約数は何個あるか。またその総和を求めよ。

(1) **階乗**…異なる n 個を全部並べる。

$n! = n(n-1)(n-2)\dots\cdot 3\cdot 2\cdot 1$ ただし、 $0! = 1$ とする。

例) $4! = 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1 = 24$

(2) **順列**…異なる n 個の中から r 個を選んで並べる。

ただし、 ${}_n P_0 = 1$ とする。

${}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!} = \underbrace{n(n-1)(n-2)\dots(n-r+1)}_{r \text{ 個}}$ 例) ${}_{10} P_3 = 10\cdot 9\cdot 8 = 630$

(3) **組合せ**…異なる n 個の中から r 個を選ぶ。

${}_n C_r = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \frac{{}_n P_r}{r!}$ 例) ${}_{10} C_3 = \frac{{}_{10} P_3}{3!} = \frac{10\cdot 9\cdot 8}{3\cdot 2\cdot 1} = 120$ ただし、 ${}_n C_n = 1$ とする。

Pattern.2 階乗・順列・組み合わせ

★POINT★

順列か組み合わせかの判断は入れ替えたとき
 異なるものとする ⇒ 順列 同じものとする ⇒ 組み合わせ

(例題2) 次の問いに答えよ。

(1)異なる5枚のカードの並べ方は何通りか。

(2)異なる5枚のカードから3枚選んで並べる方法は何通りか。

(3)異なる5枚のカードから3枚を選ぶ方法は何通りか。