# 第5回　　場合の数

**和の法則**…A が $a$ 通り、B が $b$ 通り起こり A,B が同時に起こらない。

$\Rightarrow \quad a+b$ 通り

**積の法則**…A が $a$ 通り、B が $b$ 通り起こり A,B が同時に起こる。

**⇒** $\quad a\times b$ 通り

**例）** １～４のカードを並べる。

| | | | | | 和 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | | |
| | | 2 | 4 | | ６通り |
| | 3 | 2 | 4 | ６通り | ＋ |
| | | 4 | 2 | | ６通り |
| | 4 | 2 | 3 | | ＋ |
| | | 3 | 2 | | ６通り |
| 2 | | | … | ６通り | ＋ |
| 3 | | | … | ６通り | ６通り |
| 4 | | | … | ６通り | ‖ |

積（４通り）×（３通り）×（２通り）×（１通り）　＝　２４通り

***Pattern.１　約数の個数と約数の総和***

**☆ＰＯＩＮＴ☆**

・自然数 $a^p b^q c^r$ と素因数分解されるとき、

その正の約数の個数は $(p+1)(q+1)(r+1)$ 個　（←指数＋1の積）

その約数の総和は $(1+a+a^2+\cdots+a^p)(1+b+b^2+\cdots+b^q)(1+c+c^2+\cdots+c^r)$

(例題 1) 720 の正の約数は何個あるか。またその総和を求めよ。

(1)**階乗**…異なる $n$ 個を全部並べる。

$n!=n(n-1)(n-2)\cdot\cdots\cdots\cdot 3\cdot 2\cdot 1$　　ただし、$0!=1$ とする。

例）　$4!=4\cdot 3\cdot 2\cdot 1=24$

(2)**順列**…異なる $n$ 個の中から $r$ 個を選んで並べる。　　ただし、${}_nP_0=1$ とする。

$${}_nP_r=\frac{n!}{(n-r)!}=\underbrace{n(n-1)(n-2)\cdot\cdots\cdots(n-r+1)}_{r\text{個}}$$

例）${}_{10}P_3=10\cdot 9\cdot 8=630$

(3)**組合せ**…異なる $n$ 個の中から $r$ 個を選ぶ。

$${}_nC_r=\frac{n!}{r!(n-r)!}=\frac{{}_nP_r}{r!}$$

例）${}_{10}C_3=\frac{{}_{10}P_3}{3!}=\frac{10\cdot 9\cdot 8}{3\cdot 2\cdot 1}=120$　ただし、${}_nC_n=1$ とする。

***Pattern.２　階乗・順列・組み合わせ***

**☆ＰＯＩＮＴ☆**

順列か組み合わせかの判断は入れ替えたとき

異なるものとする　⇒　**順列**　　　同じものとする　⇒　**組み合わせ**

(例題 2) 次の問いに答えよ。

(1)異なる５枚のカードの並べ方は何通りか。

(2)異なる５枚のカードから３枚選んで並べる方法は何通りか。

(3)異なる５枚のカードから３枚を選ぶ方法は何通りか。