

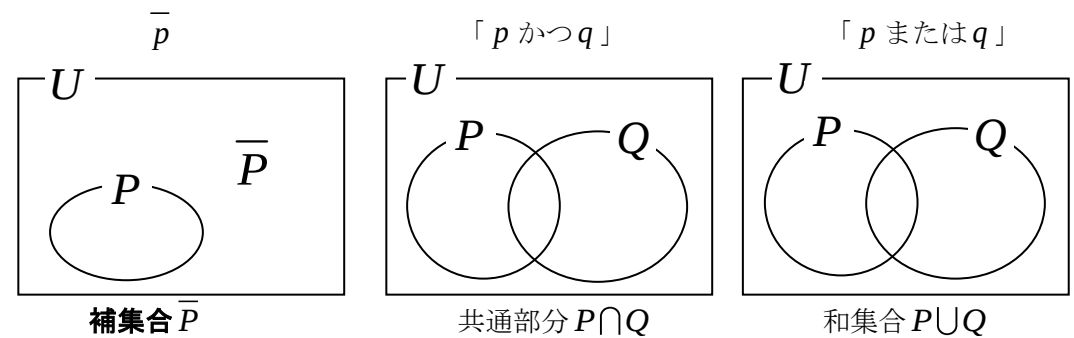
第4回 集合と命題(4)

・条件の否定…条件に対して、「 p でない」という条件を p の否定といい、 $\overline{p}$ と表す。

例) 「 x は奇数」の否定は「 x は偶数」
「 $x > 2$ 」の否定は「 $x \leq 2$ 」

・「かつ」・「または」と否定

全体集合を U とし、条件 p, q を満たすものの全体の集合をそれぞれ P, Q とすると、



Pattern. 1 条件の否定

★POINT★

- ・ $\overline{p \text{ かつ } q} \iff \overline{p} \text{ または } \overline{q}$, $\overline{p \text{ または } q} \iff \overline{p} \text{ かつ } \overline{q}$ (ド・モルガンの法則)
- ・「すべて (任意の)」の否定は「ある…」
- ・「少なくとも1つが p 」の否定は「すべて p でない」

(例題 1) 次の条件の否定を述べよ。

- (1) 「 $x \neq 0$ 」
- (2) 「 $x = 0$ かつ $y = 0$ 」
- (3) 「 $x > 0$ かつ $y > 0$ 」
- (4) 「 x, y はともに有理数である。」

・命題の「逆」「裏」「対偶」

「命題」 $p \implies q$ 「 p ならば q 」に対して

「逆」 $q \implies p$ 「 q ならば p 」(左右入れ替える！)

「裏」 $\overline{p} \implies \overline{q}$ 「 p でないならば q でない」(両方否定する！)

「対偶」 $\overline{q} \implies \overline{p}$ 「 q でないならば p でない」(左右入れ替えて、否定する！)

例) x を実数とすると、

命題: 「 $x = 1 \implies x^2 = 1$ 」(真)

逆: 「 $x^2 = 1 \implies x = 1$ 」(偽)

裏: 「 $x \neq 1 \implies x^2 \neq 1$ 」(偽)

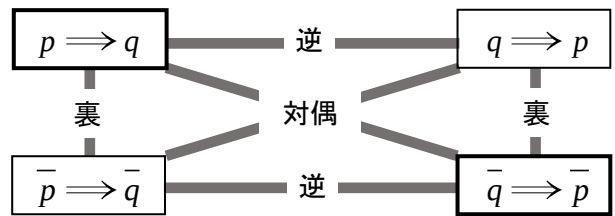
対偶: 「 $x^2 \neq 1 \implies x \neq 1$ 」(真)

「命題」と「対偶」の真偽は必ず一致する。

・背理法…ある命題を証明するのに、その命題を否定して、矛盾を導き出すことでもとの命題が成り立つことを証明する方法。

Pattern. 2 命題の・逆・裏・対偶

★POINT★



※対偶どうしの真偽は一致

※逆は真・偽のどちらもある。

(例題 2) 次の命題の逆・裏・対偶を述べ、それらの真偽と、もとの命題の真偽をいえ。

命題 「 $x + y \neq 0$ ならば $x \neq 0$ または $y \neq 0$ である。」