

第3回 集合と命題(3)

・ **命題**…正しいか正しくないかが明確に決まる文や式。

命題が正しいとき、その命題は**真**であるといい、正しくないときは**偽**であるという。

例) x を実数とすると、 $x > 1$ ならば、 $x > 0$ である。…真

$a > 0$, $b < 0$ ならば、 $a + b > 0$ である。…偽 (反例: $a = 1$, $b = -2$)

命題「 p ならば q 」 を $p \Rightarrow q$ と書き、 p をこの命題の**仮定**、 q をこの命題の**結論**という。

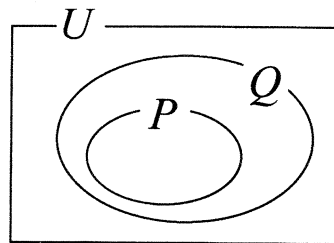
また、命題「 p ならば q かつ q ならば p 」を $p \Leftrightarrow q$ と書く。

<命題と集合>

同値 (同じということ)

「 $p \Rightarrow q$ が真である」 $\Leftrightarrow$ 「 $P \subset Q$ 」

「 $p \Leftrightarrow q$ が真である」 $\Leftrightarrow$ 「 $P = Q$ 」



Pattern. 1 偽の命題

★POINT★

命題が**偽**であることを示すには**反例**を1つあげる。

(例題 1) 次の命題の真偽を判定して、偽のものは反例を1つあげよ。

(1) ひし形 $\Rightarrow$ 平行四辺形

P

Q

真



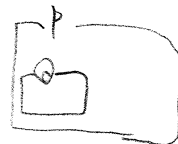
(2) x を実数とすると、 $x^2 = 9 \Rightarrow x = 3$

P

Q

偽

反例: $x = -3$



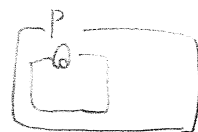
(3) n は3の倍数である $\Rightarrow n$ は6の倍数である

P

Q

偽

反例 $n = 9$



(4) $-1 < x < 2 \Rightarrow x > -2$

P

Q

真



・必要条件と十分条件

命題 $p \Rightarrow q$ が真であるとき、 q は p の必要条件、 p は q の十分条件という。

例) p 「世界一である」 $\xrightleftharpoons[\times]{\circ} q$ 「日本一である」

・必要十分条件

命題 $p \Rightarrow q$ と $q \Rightarrow p$ がともに真であるとき、すなわち $p \Leftrightarrow q$ が成り立つとき、 q は p の必要十分条件であるといい、(p も q の必要十分条件という。)
 p と q は同値であるという。

Pattern. 2 必要条件と十分条件

★POINT★

主語に注目！

- ①主語から出ていく「 $\Rightarrow$ 」が真ならば、十分条件。
- ②主語に入っていく「 $\Leftarrow$ 」が真ならば、必要条件。
- ③どちらの「 $\Leftrightarrow$ 」も真ならば、必要十分条件。

(例題 2) x を実数とすると、次の()に「必要条件」ならば A, 「十分条件」ならば B, 「必要十分条件」ならば C, 「必要条件でも十分条件でもない」ならば D のうち適当なものを書け。

(1) $x=2$ は $x^2=4$ であるための (B)。

$p \quad q$

$p \xrightleftharpoons[\times]{\circ} q$

$x=2 \quad x^2=4$

(2) $x>0$ は $x \neq 1$ であるための (D)。

$p \quad q$

$p \xrightleftharpoons[\times]{\times} q$

$x>0 \quad x \neq 1$

(3) 2つの三角形の面積が等しいことは、2つの三角形が合同であるための (A)。

$p \quad q$

$p \xrightleftharpoons[\circ]{\circ} q$

(4) $\triangle ABC$ において、 $AB^2 + BC^2 = CA^2$ であることは、 $\triangle ABC$ が $\angle B=90^\circ$ の直角三角形であるための (C)。

$p \quad q$

$p \xrightleftharpoons[\circ]{\circ} q$

