

第3回 集合と命題(3)

・ **命題**…正しいか正しくないかが明確に決まる文や式。

命題が正しいとき、その命題は**真**であるといい、正しくないときは**偽**であるという。

例) x を実数とすると、 $x > 1$ ならば、 $x > 0$ である。…真

$a > 0$ 、 $b < 0$ ならば、 $a + b > 0$ である。…偽 (反例: $a = 1$, $b = -2$)

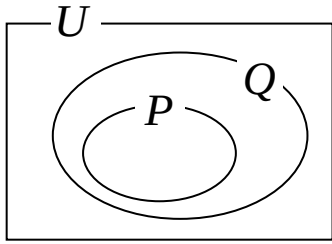
命題「 p ならば q 」を $p \implies q$ と書き、 p をこの命題の**仮定**、 q をこの命題の**結論**という。

また、命題「 p ならば q かつ q ならば p 」を $p \iff q$ と書く。

< **命題と集合** > 同値 (同じということ)

「 $p \implies q$ が真である」 $\iff$ 「 $P \subset Q$ 」

「 $p \iff q$ が真である」 $\iff$ 「 $P = Q$ 」



Pattern. 1 偽の命題

★POINT★

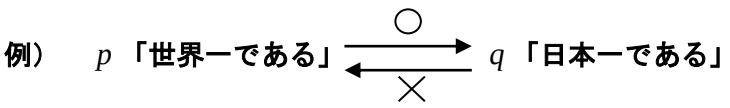
命題が**偽**であることを示すには**反例**を1つあげる。

(例題 1) 次の命題の真偽を判定して、偽のものは反例を1つあげよ。

- (1) ひし形 $\implies$ 平行四辺形
- (2) x を実数とすると、 $x^2 = 9 \implies x = 3$
- (3) n は3の倍数である $\implies n$ は6の倍数である
- (4) $-1 < x < 2 \implies x > -2$

・ 必要条件と十分条件

命題 $p \implies q$ が真であるとき、 q は p の**必要条件**、 p は q の**十分条件**という。



・ 必要十分条件

命題 $p \implies q$ と $q \implies p$ がともに真であるとき、すなわち $p \iff q$ が成り立つとき、 q は p の**必要十分条件**であるといい、(p も q の**必要十分条件**という。)
 p と q は**同値**であるという。

Pattern. 2 必要条件と十分条件

★POINT★

主語 p に注目!

- ① 主語から出ていく「 $\implies$ 」が真ならば、**十分条件**。 $p \implies q$ が真 p は q の**十分条件**
- ② 主語に入って来る「 $\impliedby$ 」が真ならば、**必要条件**。 $p \impliedby q$ が真 p は q の**必要条件**
- ③ どちらの「 $\iff$ 」も真ならば、**必要十分条件**。 $p \iff q$ が真 p は q の**必要十分条件**

(例題 2) x を実数とすると、次の()に「必要条件」ならば A, 「十分条件」ならば B, 「必要十分条件」ならば C, 「必要条件でも十分条件でもない」ならば D のうち適当なものを書け。

- (1) $x = 2$ は $x^2 = 4$ であるための ()。
- (2) $x > 0$ は $x \neq 1$ であるための ()。
- (3) 2つの三角形の面積が等しいことは、2つの三角形が合同であるための ()。
- (4) $\triangle ABC$ において、 $AB^2 + BC^2 = CA^2$ であることは、 $\triangle ABC$ が $\angle B = 90^\circ$ の直角三角形であるための ()。