②因数分解　P18〜25

P18

1 (1)3^3　(2)$2^4\times3$　(3)3×5^2　(4)$2^3\times3^3$
(5)$3^2\times5\times7$　(6)$2\times5^2\times11$　(7)$2\times3^2\times7^2$
(8)$2^3\times3^2\times13$

2 (1)2をかけると，6の平方になる。
(2)14をかけると，28の平方になる。
(3)5でわると，6の平方になる。

解説

1　2でわれなくなったら3，3でわれなくなったら5，……のように，できるだけ小さい素数から始めて順にわっていくとよい。

2 (1)$18=2\times3^2$ だから，2をかけると，
$(2\times3^2)\times2=2^2\times3^2=(2\times3)^2=6^2$
(2)$56=2^3\times7$ だから，$2\times7=14$ をかけると，
$(2^3\times7)\times(2\times7)=2^4\times7^2=(2^2\times7)^2=28^2$
(3)$180=2^2\times3^2\times5$ だから，5でわると，
$(2^2\times3^2\times5)\div5=2^2\times3^2=(2\times3)^2=6^2$

P19

3 (1)$b(a-8)$　(2)$x(y-z)$　(3)$a(3x+2y)$
(4)$x(9+y)$　(5)$t(6t+1)$　(6)$x(x+5)$
(7)$y(2y+5)$　(8)$a(a+b)$　(9)$m(m-n)$

4 (1)$5q(p+r)$　(2)$2x(2y-3z)$
(3)$3a(y-3)$　(4)$2x(4y+z)$
(5)$7x(x-1)$　(6)$2a(a^2+2)$
(7)$2y(8x-5y)$　(8)$3m(1+2mn)$
(9)$3xy(x-5y)$　(10)$xy(a+2b)$
(11)$4ab(2a-3b)$　(12)$6xy(3x-7z)$

5 (1)$a(x+y-z)$　(2)$3x(3a-2b-4c)$
(3)$2c(a+2b+4c)$　(4)$7t(t^2-2t+2)$
(5)$3m(a^2+5a-7)$　(6)$5pq(p-3q+4)$
(7)$ab(24a-3c-16b)$　(8)$xy(x^2+12xy+y^2)$

解説

3〜5　各項に共通な因数をくくり出す。

P20

6 (1)$(x+1)(x+3)$　(2)$(x+2)(x+5)$
(3)$(x+3)(x+7)$　(4)$(a+2)(a+4)$
(5)$(a+3)(a+6)$　(6)$(b+4)(b+9)$
(7)$(x-1)(x-2)$　(8)$(x-2)(x-7)$
(9)$(x-3)(x-4)$　(10)$(a-2)(a-8)$
(11)$(a-2)(a-10)$　(12)$(p-6)(p-8)$

7 (1)$(x-3)(x+5)$　(2)$(x-1)(x+7)$
(3)$(x-2)(x+6)$　(4)$(x+2)(x-3)$
(5)$(x+5)(x-8)$　(6)$(x+4)(x-6)$
(7)$(a-2)(a+10)$　(8)$(x-4)(x+7)$
(9)$(y+1)(y-8)$　(10)$(m+4)(m-5)$
(11)$(x-3)(x+9)$　(12)$(a+7)(a-12)$

8 (1)$(x+3y)(x+10y)$　(2)$(x-3y)(x+8y)$
(3)$(x-3a)(x-5a)$　(4)$(a+3b)(a-6b)$
(5)$(a-2b)(a-14b)$　(6)$(p-6q)(p+7q)$
(7)$(m-2n)(m-6n)$　(8)$(x-5y)(x+7y)$
(9)$(a-2b)(a-9b)$

解説

6〜8　積が定数項，和がxの係数となる2つの数や式を探す。

P21

9 (1)$(x+3)^2$　(2)$(x+1)^2$　(3)$(x+2)^2$
(4)$(x+9)^2$　(5)$(a+7)^2$　(6)$(a+10)^2$

10 (1)$(x-2)^2$　(2)$(x-8)^2$　(3)$(x-20)^2$
(4)$(x-4)^2$　(5)$(a-12)^2$　(6)$(a-5)^2$

11 (1)$(7x+1)^2$　(2)$(6a-1)^2$　(3)$(2x-5)^2$
(4)$(3a+2)^2$　(5)$(8x+3)^2$　(6)$(4y-9)^2$

12 (1)$(x+4y)^2$　(2)$(a-9b)^2$　(3)$(x+8y)^2$
(4)$(3a-7b)^2$　(5)$(5x+6y)^2$　(6)$(2xy-3)^2$

13 (1)$\left(x+\frac{3}{2}\right)^2$　(2)$\left(a-\frac{3}{4}\right)^2$　(3)$\left(\frac{1}{3}x+6\right)^2$
(4)$\left(x+\frac{1}{5}y\right)^2$　(5)$\left(2x-\frac{1}{3}y\right)^2$　(6)$\left(\frac{3}{4}a-b\right)^2$

解説

9〜13　2乗すると定数項，2倍するとxの係数となる数や式を探す。

13 (1)$x^2+3x+\frac{9}{4}=x^2+2\times\frac{3}{2}\times x+\left(\frac{3}{2}\right)^2=\left(x+\frac{3}{2}\right)^2$

(5)　$4x^2-\frac{4}{3}xy+\frac{1}{9}y^2$

$=(2x)^2-2\times\frac{1}{3}y\times2x+\left(\frac{1}{3}y\right)^2$

$=\left(2x-\frac{1}{3}y\right)^2$

P22

14 (1)$(x+3)(x-3)$　(2)$(x+5)(x-5)$
(3)$(x+1)(x-1)$　(4)$(x+11)(x-11)$
(5)$(a+8)(a-8)$　(6)$(a+10)(a-10)$
(7)$(4+x)(4-x)$　(8)$(6+x)(6-x)$
(9)$(9+y)(9-y)$　(10)$(2+a)(2-a)$
(11)$(12+x)(12-x)$　(12)$(13+x)(13-x)$

15 (1)$(2x+1)(2x-1)$　(2)$(8x+5)(8x-5)$
(3)$(7m+6)(7m-6)$　(4)$(9x+2)(9x-2)$
(5)$(2+3x)(2-3x)$　(6)$(1+4a)(1-4a)$
(7)$(10x+7)(10x-7)$　(8)$\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)$
(9)$\left(\frac{y}{3}+5\right)\left(\frac{y}{3}-5\right)$

16 (1)$(x+6y)(x-6y)$　(2)$(8x+y)(8x-y)$
(3)$(4a+3b)(4a-3b)$　(4)$(2x+9y)(2x-9y)$
(5)$(5x+7y)(5x-7y)$
(6)$(6m+11n)(6m-11n)$　(7)$(2b+a)(2b-a)$
(8)$\left(x+\frac{y}{4}\right)\left(x-\frac{y}{4}\right)$　(9)$\left(\frac{3}{7}a+4b\right)\left(\frac{3}{7}a-4b\right)$
(10)$\left(2xy+\frac{5}{9}z\right)\left(2xy-\frac{5}{9}z\right)$
(11)$(3x+0.5y)(3x-0.5y)$
(12)$(0.1p+8q)(0.1p-8q)$

（解説）

14〜16　どのような数や式の平方の差になっているかを考える。

P23

17 (1)$2(x+2)(x+6)$　(2)$4(x+3)^2$
(3)$-2(a+1)(a-5)$　(4)$5(x+3y)(x-3y)$
(5)$-7(x-2y)^2$　(6)$6(a-3b)(a-6b)$
(7)$x(a+3)(a+4)$　(8)$a(b+4)(b-4)$
(9)$x(x+8)^2$　(10)$p(p-2)(p+9)$
(11)$x(x-2)(x-9)$　(12)$n(m-4)(m+6)$

18 (1)$2a(x-1)(x+3)$　(2)$4x(4a-1)^2$
(3)$3x(y-2)(y-6)$　(4)$2m(m+2)(m-2)$
(5)$3m(x+1)(x-5)$　(6)$3x(x+4)(x-10)$
(7)$y^2(x-3)(x+7)$　(8)$xy(x-1)^2$
(9)$2ab(a+5)^2$

19 (1)$a(x-3y)^2$　(2)$m(m+n)(m-9n)$
(3)$x(x-5y)(x+20y)$　(4)$3c(a+5b)(a-5b)$
(5)$2a(x-3y)(x-10y)$　(6)$2a(a-3b)(a+5b)$
(7)$3c(a+6b)^2$　(8)$xy(x-y)(x+2y)$
(9)$xy(xy+1)(xy-1)$　(10)$4ab(a+2b)(a-2b)$
(11)$2ab(a+b)^2$　(12)$2xy(x+4y)(x-7y)$

（解説）

17〜19　共通因数をくくり出し，さらにかっこの中を因数分解する。

19 (10)　$4a^3b-16ab^3=4ab(a^2-4b^2)$
$=4ab\{a^2-(2b)^2\}=4ab(a+2b)(a-2b)$

P24

20 (1)$(a+b)(x+y)$　(2)$(x+2)(x-5)$
(3)$(a-b)^2$　(4)$(a-3)(x-y-z)$
(5)$(a-b)(x-1)$　(6)$(a-b)(c-d)$
(7)$(x+y)(x-1)$　(8)$(a+2)(b-3)$

21 (1)$(x+y+1)(x+y+4)$　(2)$(a+b+1)^2$
(3)$(a+b-3)(a+b-7)$
(4)$(a+3b+4)(a+3b-8)$
(5)$(x-y+5)(x-y-5)$　(6)$(a+2b-c)(a+c)$
(7)$(y+4)(y+6)$　(8)$(x-7)(x+4)$
(9)$(a-13)^2$　(10)$(3x-2)(x+12)$

22 (1)$(x+1)(x+3)(x+2)^2$
(2)$(x-2)(x+3)(x+2)(x-3)$
(3)$(a^2+6)(a+1)(a-1)$
(4)$(x+z)^2$
(5)$(x-4y+5)(x-4y-5)$
(6)$(3x+y-2z)(3x-y+2z)$
(7)$(a+3b+2)^2$
(8)$(a-b+2)(a-b-7)$

（解説）

20〜22　そのままで，または式の一部を因数分解してから，Xにおきかえる。

20 (5)$x(a-b)-a+b=x(a-b)-(a-b)$
$a-b=X$ とおきかえる。
(6)$ac-bc+d(b-a)=c(a-b)-d(a-b)$
$a-b=X$ とおきかえる。
(7)$x^2+xy-x-y=x(x+y)-(x+y)$
$x+y=X$ とおきかえる。
(8)$ab+2b-3a-6=b(a+2)-3(a+2)$
$a+2=X$ とおきかえる。

21 (6)$a+b=X$，$b-c=Y$ とおくと，
$X^2-Y^2=(X+Y)(X-Y)$
$=\{(a+b)+(b-c)\}\{(a+b)-(b-c)\}$
$=(a+2b-c)(a+c)$

22 (1)$x^2+4x=X$ とおくと，
$X^2+7X+12=(X+3)(X+4)$
$=(x^2+4x+3)(x^2+4x+4)$
$=(x+1)(x+3)(x+2)^2$
(2)$x^2-6=X$ とおきかえる。
(3)$a^2+4=X$ とおきかえる。
(4)$x+y=A$，$y-z=B$ とおくと，
$A^2-2AB+B^2=(A-B)^2$
$=\{(x+y)-(y-z)\}^2=(x+z)^2$
(5)$(x-4y)^2-5^2$ と変形する。
(6)$(3x)^2-(y-2z)^2$ と変形する。
(7)$(a+3b)^2+4(a+3b)+4$ と変形する。
(8)$(a-b)^2-5(a-b)-14$ と変形する。

P25

〔チェック問題〕

1 (1)$2^2\times3\times5$
(2)1, 2, 3, 6, 7, 9, 14, 18, 21, 42, 63, 126
(3)①12の平方　②35の平方　(4)10

2 (1)$2a(6x+9y-8z)$　(2)$7xy(4x^2-5y^2+7xy)$

3 (1) $(x+1)(x+2)$ (2) $(a+20)^2$
(3) $(3x+2)(3x-2)$ (4) $(a+10)(a-15)$
(5) $(x-5)(x-9)$ (6) $(t-4)(t+12)$
(7) $(5a-3b)^2$ (8) $\left(\frac{m}{8}+\frac{3n}{5}\right)\left(\frac{m}{8}-\frac{3n}{5}\right)$
(9) $(7+xy)(7-xy)$ (10) $(x-3a)(x-14a)$
(11) $\left(\frac{1}{3}x-9\right)^2$ (12) $\left(\frac{2}{3}a+\frac{3}{2}b\right)^2$

4 (1) $x(x+5)(x-5)$ (2) $5(x-2)(x+7)$
(3) $-a(a+2)(a-10)$ (4) $6x(x-2y)(x+6y)$
(5) $ab(a-3b)(a-5b)$ (6) $4x(3x+2)^2$
(7) $(x-y)(x+y-1)$
(8) $(3x-y+3)(3x-y-5)$ (9) $(x-13)^2$
(10) $(a-4b-5)(a-4b+8)$

解説

1 (1) 2 でわれなくなったら 3，3 でわれなくなったら 5，……のように，できるだけ小さい素数から始めて順にわっていくとよい。
(2) $126=2\times3^2\times7$
(3) ① $144=2^4\times3^2=(2^2\times3)^2=12^2$
② $1225=5^2\times7^2=(5\times7)^2=35^2$
(4) $360=2^3\times3^2\times5$ だから，$2\times5=10$ をかけると，
$(2^3\times3^2\times5)\times(2\times5)$
$=2^4\times3^2\times5^2$
$=(2^2\times3\times5)^2=60^2$

2 共通因数をくくり出す。

3 因数分解の公式
$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$,
$x^2+2ax+a^2=(x+a)^2$,
$x^2-2ax+a^2=(x-a)^2$,
$x^2-a^2=(x+a)(x-a)$ を使う。

4 (1)〜(6) 共通因数をくくり出し，さらにかっこの中を因数分解する。
(3) $20a+8a^2-a^3$
$=-a^3+8a^2+20a$
$=-a(a^2-8a-20)$
$=-a(a+2)(a-10)$
(7) 式を変形して $x-y=X$ とおきかえる。
x^2-y^2-x+y
$=(x^2-y^2)-(x-y)=(x+y)(x-y)-(x-y)$
$=(x+y)X-X=X\{(x+y)-1\}$
$=(x-y)(x+y-1)$
(8) $3x-y=X$ とおきかえる。
(9) $x-8=X$ とおきかえる。
(10) 式を変形して $a-4b=X$ とおきかえる。
$a^2-8ab+16b^2+3a-12b-40$
$=(a^2-8ab+16b^2)+(3a-12b)-40$
$=(a-4b)^2+3(a-4b)-40$
$=X^2+3X-40=(X-5)(X+8)$
$=(a-4b-5)(a-4b+8)$

③式の計算の利用 P26〜31

P26

1 (1) 18 (2) -24 (3) -22 (4) -4
2 (1) -9 (2) 520 (3) 0
3 (1) 36 (2) 29 (3) 33 (4) $\frac{25}{9}$

解説

1 式を整理してから数を代入する。
それぞれの式は，次のようになる。
(1) $-9ab$ (2) xy (3) $2x^2+xy$ (4) $20ab$

2 各式を次のように因数分解してから数を代入する。
(1) $x^2-6xy+8y^2=(x-2y)(x-4y)$
(2) $m^2-mn-12n^2=(m+3n)(m-4n)$
(3) $4x^2+12xy+9y^2=(2x+3y)^2$

3 各式を次のように因数分解，または変形してから数を代入する。
(1) $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$
(2) $m^2+n^2=m^2+2mn+n^2-2mn$
$=(m+n)^2-2mn$
(3) $x^2+xy+y^2=x^2+2xy+y^2-xy=(x+y)^2-xy$
(4) $(x-y)^2=x^2-2xy+y^2=x^2+2xy+y^2-4xy$
$=(x-y)^2-4xy$

P27

4 (1) 1024 (2) 10609 (3) 2401 (4) 9025
(5) 68.89 (6) 392.04
5 (1) 399 (2) 6396 (3) 1599 (4) 2475 (5) 9996
(6) 8.99
6 (1) 2703 (2) 4828 (3) 23.52
7 (1) 40 (2) 120 (3) 3000 (4) 800 (5) 9 (6) 16.6
8 (1) 10000 (2) 9000 (3) 3300 (4) 3600
(5) 9000 (6) 10000

解説

4 各式を次のように変形してから公式を利用する。
(1) $(30+2)^2$ (2) $(100+3)^2$ (3) $(50-1)^2$
(4) $(100-5)^2$ (5) $(8+0.3)^2$ (6) $(20-0.2)^2$

5 各式を次のように変形してから公式を利用する。
(1) $(20+1)\times(20-1)$ (2) $(80+2)\times(80-2)$
(3) $(40-1)\times(40+1)$ (4) $(50+5)\times(50-5)$
(5) $(100+2)\times(100-2)$ (6) $(3-0.1)\times(3+0.1)$

6 (1) $51\times53=(50+1)\times(50+3)=50^2+4\times50+3$
$=2500+200+3=2703$
(2) $68\times71=(70-2)\times(70+1)=70^2-1\times70-2$
$=4900-70-2=4828$
(3) $4.8\times4.9=(5-0.2)\times(5-0.1)$
$=5^2-0.3\times5+0.02=25-1.5+0.02=23.52$

7 因数分解して 2 数の和と差をかける。

8 (1) $96^2+96\times8+4^2$
$=96^2+2\times4\times96+4^2$
$=(96+4)^2=100^2=10000$

(2) $97^2-4\times97-21$
$=97^2+(3-7)\times97+3\times(-7)$
$=(97+3)\times(97-7)=100\times90=9000$

(3) $29^2\times4-4^3$
$=4\times(29^2-4^2)$
$=4\times(29+4)\times(29-4)=4\times33\times25=3300$

(4) $89^2-58\times89+29^2$
$=89^2-2\times29\times89+29^2$
$=(89-29)^2=60^2=3600$

(5) $92^2-6\times92-16$
$=92^2+(-2+8)\times92+(-2)\times8$
$=(92-2)\times(92+8)=90\times100=9000$

(6) $88^2+(88\times2+12)\times12$
$=88^2+2\times12\times88+12^2$
$=(88+12)^2=100^2=10000$

P28

9 ア…$n-1$，イ…$n-1$，ウ…$2n-1$，
エ…$(n-1)^2$

10 (1) m，n を整数とすると，2つの奇数は $2m+1$，$2n+1$ と表されるから，
$(2m+1)(2n+1)-1$
$=4mn+2m+2n+1-1=4mn+2m+2n$
$=2(2mn+m+n)$
$2mn+m+n$ は整数だから，$2(2mn+m+n)$ は偶数である。
よって，2つの奇数の積から1をひいた数は偶数である。

(2) n を整数とすると，3でわったとき，余りが1と2になる連続する2つの整数は $3n+1$，$3n+2$ と表されるから，
$(3n+1)(3n+2)-2=9n^2+9n+2-2$
$=9n^2+9n=9(n^2+n)$
n^2+n は整数だから，$9(n^2+n)$ は9でわり切れる。
よって，3でわったとき，余りが1と2になる連続する2つの整数の積から2をひいた数は，9でわり切れる。

(3) 中央の整数を n とすると，連続する3つの整数は $n-1$，n，$n+1$ と表されるから，
$(n+1)(n-1)+1=n^2-1+1=n^2$
n^2 は中央の整数の平方である。
よって，連続する3つの整数では，最大の整数と最小の整数の積に1を加えた数は，中央の整数の平方に等しい。

(4) m，n を整数とすると，5でわったときの余りが2と3になる2つの整数は $5m+2$，$5n+3$ と表されるから，
$(5m+2)(5n+3)=25mn+15m+10n+6$
$=5(5mn+3m+2n+1)+1$
$5mn+3m+2n+1$ は整数だから，
$5(5mn+3m+2n+1)+1$ を5でわると，余りは1になる。
よって，5でわったときの余りが2と3になる2つの整数の積を5でわると，余りは1になる。

11 (1) 中央の整数を n とすると，連続する3つの整数は $n-1$，n，$n+1$ と表されるから，
$(n-1)^2+n^2+(n+1)^2-5$
$=(n^2-2n+1)+n^2+(n^2+2n+1)-5$
$=3n^2-3=3(n^2-1)=3(n+1)(n-1)$
$3(n+1)(n-1)$ は最大の整数と最小の整数の積の3倍である。
よって，連続する3つの整数では，それぞれの整数の平方の和から5をひいた数は，最大の整数と最小の整数の積の3倍に等しい。

(2) $n^3+3n^2+2n=n(n+1)(n+2)$ である。
n，$n+1$，$n+2$ は連続する3つの自然数で，この中には，2の倍数と3の倍数があるから，$n(n+1)(n+2)$ は6の倍数である。
よって，n が自然数のとき，n^3+3n^2+2n は6の倍数である。

(3) n を整数とすると，連続する2つの奇数は $2n-1$，$2n+1$ と表されるから，
$(2n-1)(2n+1)+1=4n^2-1+1=4n^2$
$=(2n)^2$
$2n$ は偶数だから，$(2n)^2$ は偶数の平方である。
よって，連続する2つの奇数の積に1を加えると，偶数の平方になる。

（解説）

9～11 連続する数は，1種類の文字を使って表し，連続しない数は，2種類以上の文字を使って表す。

10 (1) 2つの奇数を $2m+1$，$2n+1$ と表す。
(2) 3でわったとき，余りが1と2になる連続する2つの整数を $3n+1$，$3n+2$ と表す。
(3) 連続する3つの整数を $n-1$，n，$n+1$ と表す。
(4) 5でわったときの余りが2と3になる2つの整数を $5m+2$，$5n+3$ と表す。

11 (2) $n^3+3n^2+2n=n(n+1)(n+2)$ より，連続する3つの自然数の中には，2の倍数と3の倍数がある。
(3) 連続する2つの奇数を $2n-1$，$2n+1$ と表す。