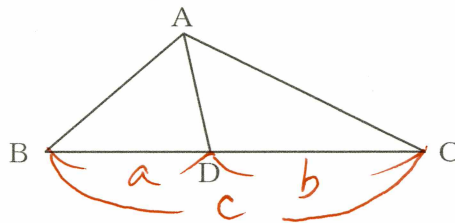


(3) 相似と面積比・体積比

<相似と面積比・体積比>

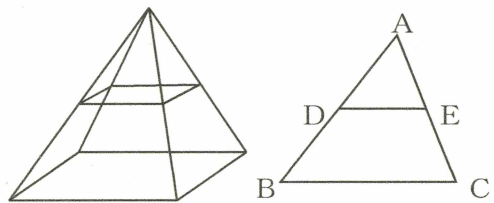
① 三角形の面積比は高さが共通な三角形の 底辺の比 で考える。



$$\triangle ABD : \triangle ADC : \triangle ABC \\ = a : b : c$$

② 相似な立体の体積比は？

(相) $a : b$
 (面) $a^2 : b^2$ 2乗!!
 (体) $a^3 : b^3$ 3乗!!!



(例11) 右の図で $AD : DB = AE : EC = 3 : 2$ となる点 D, E をとる。

$\triangle ABC$ の面積が 50 cm^2 のとき、 $\triangle ADE$ の面積を求めよ。

$$\begin{aligned} \triangle ADE &= \frac{3}{5} \triangle ABE \\ &= \frac{3}{5} \left(\frac{3}{5} \triangle ABC \right) \\ &= \frac{9}{25} \triangle ABC \\ &= \frac{9}{25} \times 50 \\ &= 18 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

<相似×相似利用>

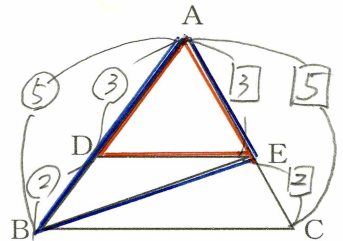
$\triangle ADE \sim \triangle ABC$
 (相) $3 : 5$
 (面) $9 : 25$ 2乗!!

$$\begin{aligned} \triangle ADE : \triangle ABC &= 9 : 25 \\ x : 50 &= 9 : 25 \end{aligned}$$

$$25x = 50 \times 9$$

$$x = \frac{50 \times 9}{25}$$

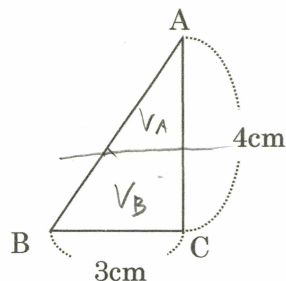
$$x = 18 \quad \underline{A. 18 \text{ cm}^2}$$



(例12) 右の図のような三角形の回転体について次の問いに答えよ。

(1) ACを軸にして回転させたときの回転体の体積 V_1 を求めよ。

$$V_1 = \pi \times 3^2 \times 4 \times \frac{1}{3} = 12\pi \text{ cm}^3$$



(2) (1)の回転体をACの中点を通り、底面に平行な平面で切った時、

点Bを含む立体の体積 V_B を求めよ。

$$\begin{aligned} V_B &= V_1 - V_A \\ V_1 : V_A &= 8 : 1 \quad (\text{相似比 } 2:1 \text{ の } 3 \text{ 乗}) \\ V_A &= \frac{1}{8} V_1 \\ V_B &= V_1 - \frac{1}{8} V_1 \\ &= \frac{7}{8} V_1 \\ &= \frac{7}{8} \times 12\pi = \frac{21}{2} \pi \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

(4) 相似と平行四辺形

(例13) 右の図の $\square ABCD$ で、Eは辺BCを1:2に分ける点、

Fは辺DCの中点である。AE, AFが対角線BDと交わる点をそれぞれP, Qとき、次の問いに答えよ。

(1) BP:PQを求めよ。

$$\triangle BEP \sim \triangle DAP \text{ より}$$

$$BP = \frac{1}{4} BD$$

$$\triangle ABQ \sim \triangle FDQ \text{ より}$$

$$BQ = \frac{2}{3} BD$$

$$PQ = BQ - BP$$

$$= \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4} \right) BD$$

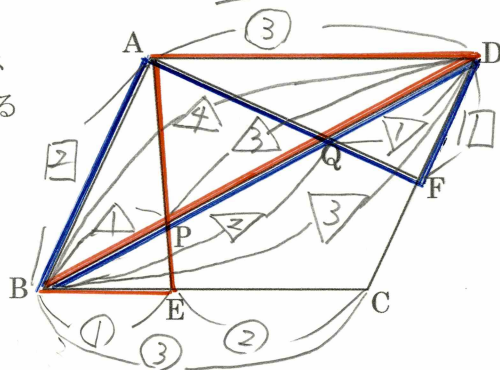
$$= \left(\frac{8}{12} - \frac{3}{12} \right) BD$$

$$= \frac{5}{12} BD$$

$$BP : PQ$$

$$= \frac{1}{4} : \frac{5}{12}$$

$$= 3 : 5$$



(2) $\triangle PBE$ は $\square ABCD$ の何倍か。

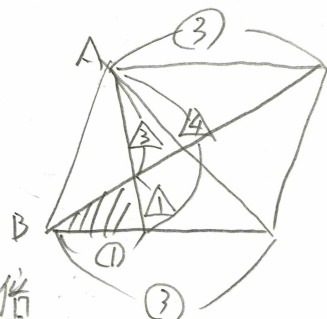
$$\triangle PBE = \frac{1}{4} \triangle ABE$$

$$= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{3} \triangle ABC \right)$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \square ABCD$$

$$= \frac{1}{24} \square ABCD$$

$$A: 24 \text{ 倍}$$



(3) $\triangle APQ$: $\square ABCD$ を求めよ。

$$(1) \text{より } PQ = \frac{5}{12} BD$$

$$\triangle APQ = \frac{5}{12} \triangle ABD$$

$$= \frac{5}{12} \times \frac{1}{2} \square ABCD$$

$$= \frac{5}{24} \square ABCD$$

$$\triangle APQ : \square ABCD$$

$$= 5 : 24$$