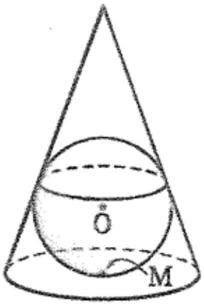
高校数学　　チェックテスト　　12／8（金）　　氏名（　　　　　　　　）

1．$\triangle ABC$ で、$AB=6$, $AC=4$, $\angle A=60^\circ$ とする。$\angle A$ の二等分線と辺 BC との交点を D とするとき、次の問いに答えよ。

(1) $\triangle ABC$ の面積を求めよ。

(2) AD の長さを求めよ。

(3) BC ,BD の長さを求めよ。



2．図のように高さ4、底面の半径$\sqrt{2}$ の円錐が、球 O と側面および底面の中心 M で接している。次の問いに答えよ。

(1) 円錐の母線の長さを求めよ。

(2) 球 O の半径を求めよ。

(3) 球 O の体積 V と表面積 S を求めよ。

3．右図のような、$AB=4\sqrt{3}$, $AD=3$, $AE=4$ である直方体 ABCD-EFGH を、3 点 A,C,F を通る平面で切ってできる△AFC について、次の問いに答えよ。

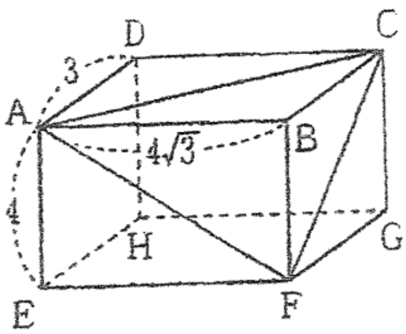
(1) AF , CF , AC の長さを求めよ。

(2) $\cos\angle AFC$ を求めよ。

(3) $\triangle AFC$ の面積 S を求めよ。

(4) 四面体 $ABCF$ の体積 V を求めよ。

(5) 頂点 B と面 AFC との距離 h を求めよ。



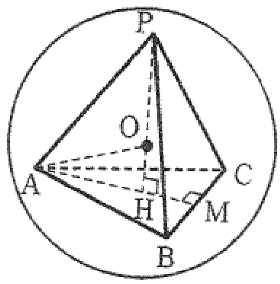
＜*Challenge!!*＞

半径 r の球に、1辺の長さが a の正四面体 $PABC$ が内接している。O を球の中心、H を $\triangle ABC$ の重心、M を BC の中点とするとき、次の問いに答えよ。

(1) PH の長さを a で表せ

(2) a を r で表せ。

(3) 正四面体の体積 V を r で表せ。



漢検2級　漢字テスト42

氏名

12/8

次の文のカタカナを漢字に直せ。（送り仮名もかく）

① 新生活に必要な品をトトノエル

② コウリャクするための作戦を練る

③ 有力なショウコがみつかる

④ 見方がカタヨッテいる

⑤ ウワツイタ態度を一喝された

⑥ コマクが破れそうな爆音

⑦ 現代絵画のケイフをたどる

⑧ サイシン請求が棄却された

⑨ 無線機をトウサイした車

⑩ 会議がケイゾクする

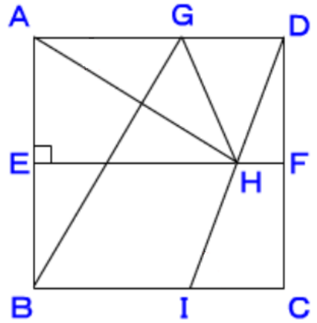
⑪ お茶をメシ上がる

⑫ 庭の雑草をカル

※配点 ①～⑫ 各0.5点

得点

＜楽しい角度問題＞



四角形ABCDは正方形で、EFはBCとADが重なるように折ったときの折り目です。GBはAとEF上の点Hが重なるように折ったときの折り目です。
図の角**HIC**の大きさを求めなさい。

類　題

1．$\triangle ABC$ で、$AB=18$, $AC=12$, $\angle A=60^\circ$ とする。$\angle A$ の二等分線と辺 BC との交点を D とするとき、次の問いに答えよ。

(1) $\triangle ABC$ の面積を求めよ。

(2) AD の長さを求めよ。

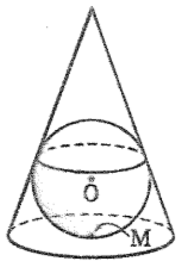
(3) BC ,BD の長さを求めよ。

2．図のように高さ 3、底面の半径$\sqrt{3}$ の円錐が、球 O と側面および底面の中心 M で接している。次の問いに答えよ。

(1) 円錐の母線の長さを求めよ。

(2) 球 O の半径を求めよ。

(3) 球 O の体積 V と表面積 S を求めよ。



3．右の図のような、$AD=1, BC=5, BD=4$ である直方体を、3 点 B,C,D を通る平面で切ってできる△BCD について、次の問いに答えよ。

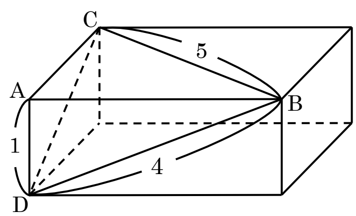
(1) AB , AC , CD の値を求めよ。

(2) $\cos\angle CBD$ の大きさを求めよ。

(3) $\triangle BCD$ の面積 S を求めよ。

(4) 四面体 $ABCD$ の体積 V を求めよ。

(5) 頂点 A と面 BCD との距離 h を求めよ。



高校数学　　チェックテスト　解答　12/8

1．角の二等分線の性質

(1) $S = 6\sqrt{3}$ ①　(2) $AD = \dfrac{12\sqrt{3}}{5}$ ①　(3) $BC = 2\sqrt{7}$, ①　$BD = \dfrac{6\sqrt{7}}{5}$ ①

2．　内接する球 ＜楽しい角度問題＞

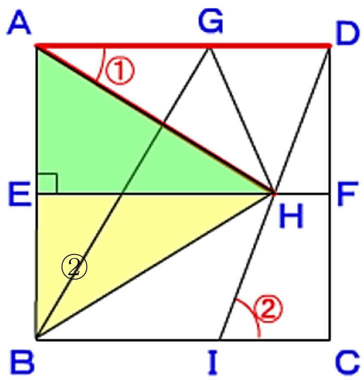
(1) $3\sqrt{2}$ ①　(2) 1 ①　(3) $V = \dfrac{4}{3}\pi$ ②　$S = 4\pi$ ②

3．三角錐の体積

(1) $AF = 8, CF = 5, AC = \sqrt{57}$（各 1 点）　(2) $\dfrac{2}{5}$ ①

(3) $4\sqrt{21}$ ②　(4) $8\sqrt{3}$ ②　(5) $\dfrac{6\sqrt{7}}{7}$ ②

＜楽しい角度問題＞ $x=75°$ （＋５点）



①＝90°－60°＝30°

∠ADH＝(180°－30°)÷2＝75°

②＝75°

＜*Challenge!!*＞

(1) $\dfrac{\sqrt{6}}{3}a$ (+3 点)　(2) $a = \dfrac{2\sqrt{6}}{3}r$ (+3 点)　(3) $V = \dfrac{8\sqrt{3}}{27}r^3$ (+4 点)

類題

1．角の二等分線の性質

(1) $S = 54\sqrt{3}$　(2) $AD = \dfrac{36\sqrt{3}}{5}$　(3) $BC = 6\sqrt{7}$,　$BD = \dfrac{18\sqrt{7}}{5}$

2．三角形の面積と内接円の半径

(1) $\cos A = \dfrac{3}{5}, \sin A = \dfrac{4}{5}$　(2) 84　(3) $R = \dfrac{65}{8}$　(4) $r = 4$

3．　角の二等分線の性質

(1) $S = 54\sqrt{3}$　(2) $AD = \dfrac{36\sqrt{3}}{5}$

(3) $BC = 6\sqrt{7}$,　$BD = \dfrac{18\sqrt{7}}{5}$

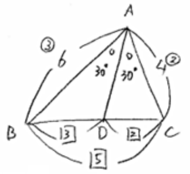
① 新生活に必要な品をトトノエル　調える
② コウリャクするための作戦を練る　攻略
③ 有力なショウコがみつかる　証拠
④ 見方がカタヨッテいる　偏って
⑤ ウワツイタ態度を一喝された　浮ついた
⑥ コマクが破れそうな爆音　鼓膜
⑦ 現代絵画のケイフをたどる　系譜
⑧ サイシン請求が棄却された　再審
⑨ 無線機をトウサイした車　搭載
⑩ 会議がケイゾクする　継続
⑪ お茶をメシ上がる　召し
⑫ 庭の雑草をカル　刈る

1\. (1) $S = \frac{1}{2}bc\sin A$

$= \frac{1}{2}\cdot 4\cdot 6\cdot\sin 60^\circ$

$= 12\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$

$= \underline{6\sqrt{3}}$



(2) $AD = x$ とする

$\triangle ABD + \triangle ACD = \triangle ABC$ より

$\frac{1}{2}\cdot 6\cdot x\cdot\sin 30^\circ + \frac{1}{2}\cdot x\cdot 4\sin 30^\circ = 6\sqrt{3}$

$\frac{3}{2}x + x = 6\sqrt{3}$

$\frac{5}{2}x = 6\sqrt{3}$

$x = 6\sqrt{3}\times\frac{2}{5}$

$x = \underline{\frac{12\sqrt{3}}{5}}$

(3) 余弦定理より

$BC^2 = 6^2+4^2-2\cdot 6\cdot 4\cos 60^\circ$

$= 36+16-24$

$= 28$

$BC>0$ より $BC = \sqrt{28} = \underline{2\sqrt{7}}$

角の二等分線の性質より

$BD:DC = AB:AC$

$= 6:4$

$= 3:2$

$BD = \frac{3}{5}BC$

$= \frac{3}{5}\times 2\sqrt{7}$

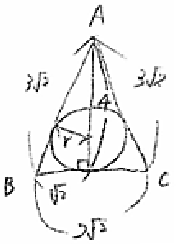
$= \underline{\frac{6\sqrt{7}}{5}}$

2\. (1) $R = \sqrt{\sqrt{2}^2+4^2}$

$= \sqrt{2+16}$

$= \sqrt{18}$

$= \underline{3\sqrt{2}}$



(2) $S = \frac{1}{2}r(a+b+c)$

$2\sqrt{2}\cdot 4\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{2}r(3\sqrt{2}+3\sqrt{2}+2\sqrt{2})$

$4\sqrt{2} = 4\sqrt{2}r$

$\underline{r = 1}$

(3) $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \underline{\frac{4}{3}\pi}$　　$S = 4\pi r^2 = \underline{4\pi}$

3\. (1) $AF = \sqrt{4^2+(4\sqrt{3})^2}$

$= \sqrt{16+48}$

$= \sqrt{64}$

$= \underline{8}$

$CF = \sqrt{3^2+4^2}$

$= \underline{5}$

$AC = \sqrt{3^2+(4\sqrt{3})^2}$

$= \sqrt{9+48}$

$= \underline{\sqrt{57}}$

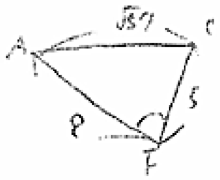
(2) $\triangle AFC$ で余弦定理

$\cos\angle AFC = \frac{8^2+5^2-(\sqrt{57})^2}{2\cdot 8\cdot 5}$

$= \frac{64+25-57}{80}$

$= \frac{32}{80}$

$= \underline{\frac{2}{5}}$



(3) $\sin\angle AFC = \sqrt{1-\cos^2\angle AFC}$

$= \sqrt{1-\left(\frac{2}{5}\right)^2}$

$= \sqrt{1-\frac{4}{25}}$

$= \sqrt{\frac{21}{25}}$

$= \underline{\frac{\sqrt{21}}{5}}$

(4) $V = 4\sqrt{3}\cdot 4\cdot\frac{1}{2}\cdot 3\cdot\frac{1}{3}$

$= \underline{8\sqrt{3}}$

$S = \frac{1}{2}\cdot 8\cdot 5\cdot\frac{\sqrt{21}}{5}$

$= \underline{4\sqrt{21}}$

(5) $V = \frac{1}{3}Sh$ ←垂線(高さ)　←(△AFCを底面)

$8\sqrt{3} = \frac{1}{3}\cdot 4\sqrt{21}\cdot h$

$h = 8\sqrt{3}\cdot\frac{3}{4\sqrt{21}}$

$h = \frac{6}{\sqrt{7}}$

$\underline{h = \frac{6\sqrt{7}}{7}}$

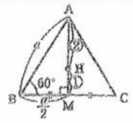
<Challenge !!>

(1) 正四面体の各面は正三角形である。
また，H が △ABC の重心であるから

$AH = \frac{2}{3}AM$

$= \frac{2}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}a$

$= \frac{\sqrt{3}}{3}a$

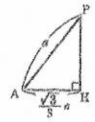


△PAH で，∠PHA = 90° より　$PA^2 = PH^2+AH^2$
したがって

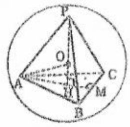
$a^2 = PH^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{3}a\right)^2$

$PH^2 = \frac{2}{3}a^2$

PH>0 より　$PH = \frac{\sqrt{6}}{3}a$ 答



⇐正四面体 PABC で頂点 P から底面に垂線 PH を引くと，△PAH≡△PBH≡△PCH より　HA=HB=HC
H は △ABC の外心となる。正三角形の外心と重心は一致するから，H は △ABC の重心である。



⇐AH : HM = 2 : 1，$AM = \frac{\sqrt{3}}{2}a$

◆1 辺の長さ a の正四面体の高さは $\frac{\sqrt{6}}{3}a$

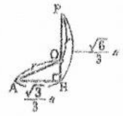
(2) △OAH で
∠OHA = 90° より　$OA^2 = OH^2+AH^2$

$OH = PH-OP = \frac{\sqrt{6}}{3}a-r$ だから

$r^2 = \left(\frac{\sqrt{6}}{3}a-r\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{3}a\right)^2$

これより　$a^2-\frac{2\sqrt{6}}{3}ar = 0$　$a>0$

よって　$a = \frac{2\sqrt{6}}{3}r$ 答



(3) $V = \frac{1}{3}\cdot\triangle ABC\cdot PH$

$\triangle ABC = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$，$PH = \frac{\sqrt{6}}{3}a$ だから

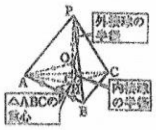
$V = \frac{1}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}a^2\cdot\frac{\sqrt{6}}{3}a = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3$

$= \frac{\sqrt{2}}{12}\left(\frac{2\sqrt{6}}{3}r\right)^3 = \frac{8\sqrt{3}}{27}r^3$ 答

⇐$\triangle ABC = \frac{1}{2}\cdot BC\cdot AM$

◆1 辺の長さ a の正四面体の体積は $\frac{\sqrt{2}}{12}a^3$

(参考)　この問いによって，1 辺の長さが a の正四面体 PABC に関して，次のこともわかる。



$OP = OA = r = \frac{3}{2\sqrt{6}}a$

$= \frac{\sqrt{6}}{4}a$

$OH = \frac{\sqrt{6}}{3}a-r = \frac{\sqrt{6}}{12}a$

正四面体 PABC の頂点 P から，対面の △ABC に垂線 PH を引く
⇒ H は △ABC の重心