

1. ある人のスマホの画像データの内訳は、全体の 98%が花の写真で、全体の 14%がバラの写真であった。画像データの中から花の写真を任意に一枚選び出したとき、その画像がバラの写真で確率を求めよ。【4点】
2. ある企業が製造する製品で、A 工場の製品は 3 %、B 工場の製品は 5 %の不合格品が出るという。今、工場 A の製品から 200 個、B 工場から 150 個任意に抜き出し、これをよく混ぜた後、1 個を取り出すとき、次の確率を求めよ。【各 4 点】
- (1) それが合格品である確率
- (2) それが合格品であると分かったとき、それが A の工場の製品である確率。
3. ジョーカーを除いた 52 枚のトランプから同時に 2 枚を弾くとき、その中の絵札の枚数の期待値を求めよ。【4点】
4. 赤玉 2 個、黄玉 3 個、青玉 5 個入っている袋から玉を 1 個取り出し、赤玉が出たら 100 万円、黄玉が出たら 400 万円もらえ、青玉が出たら 300 万円支払うゲームがある。このゲームに参加することは得であるか、損であるか答えよ。
- 【期待値が求められて 2 点・損 or 得があっていて 2 点】

<Challenge!!1>

見分けのつかない 3 つの袋 A、B、C があり、袋 A には白玉 3 個と赤玉 5 個が、袋 B には白玉 4 個と赤玉 2 個が、袋 C には白玉 5 個と赤玉 7 個が入っている。3 つの袋から任意に 1 つの袋を選び、その袋から 1 個の玉を取り出す。それが白玉であったとき、その白玉が袋 A から取り出された確率を求めよ。

<Challenge!!2>

国内で新種のコロナウィルスの感染が確認された。今現在の感染率は 1 万人に 1 人の割合です。そのウィルスに感染しているかをチェックする検査が新たに開発され、その精度 99.99 %です。今、トヨがこの検査を受けたところ「陽性」とでてしまった!!では、本当にトヨが「陽性」である確率は約何% (整数) でしょう?

類題

1. 1 から 12 までの数字がかかれた 12 枚のカードがある。この中から 1 枚を選ぶとき、そのカードにかかれた数字が 3 の倍数である事象を A、奇数である事象を B とする。このとき、次の確率を求めよ。

(1) $P_A(B)$ (2) $P_B(A)$ (3) $P_{\bar{A}}(B)$

2. あるメーカーが製造する製品で、A 工場の製品は 4 %、B 工場の製品は 6 % の不合格品が出るという。今、工場 A の製品から 100 個、B 工場から 150 個任意に抜き出し、これをよく混ぜた後、1 個を取り出すとき、次の確率を求めよ。

(1) それが合格品である確率

(2) それが合格品であると分かったとき、それが A の工場の製品である確率。

3. ジョーカーを除いた 52 枚のトランプから同時に 2 枚を弾くとき、その中のスペードの枚数の期待値を求めよ。

4. 赤玉 1 個、白玉 2 個、緑玉 3 個、黒玉 4 個入っている袋から玉を 1 個取り出し、赤玉が出たら 1000 万円、白玉が出たら 400 万円、緑玉が出たら 200 万円もらえ、黒玉が出たら 500 万円支払うゲームがある。このゲームに参加することは得であるか、損であるか答えよ。

※配点 ① ② 各 0.5 点	⑪ 責任を テンカ する	⑨ 仏教を シンコ ウする	⑦ 計画が タイホ する	⑤ チュウ シャ針 を扱う	③ 安全を ホシヨ ウする	① 歯列の キョウ セイを する	中 三 国 語 漢 字 テ ス ト 24 氏 名 次 の 文 の カ タ カ ナ を 漢 字 に 直 せ 。(送 り 仮 名 も か く)
	⑫ 食品 テンカ 物	⑩ 被害の ホシヨ ウ金 が 出 る	⑧ タイホ 状を 請求 する	⑥ チュウ シャ禁 止区 域	④ 被害の ホシヨ ウ金 が 出 る	② 半キョ ウセイ 的 な 使 役	
得点							

1. 条件付き確率 【4点】

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0.14}{0.98} = \frac{1}{7}$$

2. 条件付き確率（事後の確率）【各4点】

A…工場Aで製造 B…工場Bで製造 E…不合格品 F…合格品

$$(1) P(A) = \frac{4}{7}, P(B) = \frac{3}{7}, P_A(E) = \frac{3}{100}, P_B(E) = \frac{5}{100}$$

$$P(E) = \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{100} + \frac{3}{7} \cdot \frac{5}{100} = \frac{27}{700} \quad \text{よって} \quad P(F) = 1 - \frac{27}{700} = \frac{673}{700}$$

$$(2) P(A \cap F) = \frac{4}{7} \cdot \frac{97}{100} = \frac{388}{700}, P_F(A) = \frac{P(A \cap F)}{P(F)} = \frac{388}{700} \div \frac{673}{700} = \frac{388}{673}$$

3. 期待値 【4点】

引いた枚数を X とする $X=0, 1, 2$

$$X=0 \text{ のとき } \frac{{}_{12}C_0 \cdot {}_{40}C_2}{{}_{52}C_2} = \frac{130}{221}, X=1 \text{ のとき } \frac{{}_{12}C_1 \cdot {}_{40}C_1}{{}_{52}C_2} = \frac{80}{221}$$

$$X=2 \text{ のとき } \frac{{}_{12}C_2 \cdot {}_{40}C_0}{{}_{52}C_2} = \frac{11}{221}$$

$$\text{期待値} = 0 \cdot \frac{130}{221} + 1 \cdot \frac{80}{221} + 2 \cdot \frac{11}{221} = \frac{102}{221} = \frac{6}{13}$$

4. 期待値 【期待値…2点・損得…2点】

$$\text{期待値} = 100\text{万} \cdot \frac{2}{10} + 400\text{万} \cdot \frac{3}{10} + (-300\text{万}) \cdot \frac{5}{10} = \frac{-100\text{万}}{10} = -10\text{万円}, \text{損}$$

⑪ 責任を テンカする	⑨ 仏教を シンコウする	⑦ 計画が タイホする	⑤ チュウシヤ 針を扱う	③ 安全を ホシヨウする	① 歯列の キョウセイをする
転嫁	信仰	退歩	注射	保証	矯正
⑫ 食品 テンカ物	⑩ 被害の ホシヨウ金が出る	⑧ タイホ状を 請求する	⑥ チュウシヤ 禁止区域	④ 被害の ホシヨウ金が出る	② 半キョウセイの な使役
添加	補償	逮捕	駐車	補償	強制

<Challenge!! 1 >(+5)

$$\frac{9}{35}$$

<Challenge!! 2 >(+5)

50%

類題解答

1. 条件付き確率

$$(1) P_A(B) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$(2) P_B(A) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$(3) P_{\bar{A}}(B) = \frac{n(\bar{A} \cap B)}{n(A)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

2. 条件付き確率（事後の確率）

A…工場 A で製造 B…工場 B で製造 E…不合格品 F…合格品

$$(1) P(A) = \frac{100}{250} = \frac{2}{5}, P(B) = \frac{150}{250} = \frac{3}{5}, P_A(E) = \frac{4}{100}, P_B(E) = \frac{6}{100}$$

$$P(E) = \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{100} + \frac{3}{5} \cdot \frac{6}{100} = \frac{26}{500} = \frac{13}{250} \quad \text{よって} \quad P(F) = 1 - \frac{13}{250} = \frac{237}{250}$$

$$(2) P(A \cap F) = \frac{2}{5} \cdot \frac{96}{100} = \frac{96}{250}, P_F(A) = \frac{P(A \cap F)}{P(F)} = \frac{96}{250} \div \frac{237}{250} = \frac{96}{237}$$

3. 期待値

引いた枚数を X とする $X=0, 1, 2$

$$X=0 \text{ のとき } \frac{{}^{13}C_0 \cdot {}^{39}C_2}{{}^{52}C_2} = \frac{19}{34}, X=1 \text{ のとき } \frac{{}^{13}C_1 \cdot {}^{39}C_1}{{}^{52}C_2} = \frac{13}{34}$$

$$X=2 \text{ のとき } \frac{{}^{13}C_2 \cdot {}^{39}C_0}{{}^{52}C_2} = \frac{2}{34}$$

$$\text{期待値} = 0 \cdot \frac{19}{34} + 1 \cdot \frac{13}{34} + 2 \cdot \frac{2}{34} = \frac{17}{34} = \frac{1}{2}$$

4. 期待値

$$\text{期待値} = 1000\text{万} \cdot \frac{1}{10} + 400\text{万} \cdot \frac{2}{10} + 200\text{万} \cdot \frac{3}{10} + (-500\text{万}) \cdot \frac{4}{10} = \frac{400\text{万}}{10} = 40\text{万円, 得}$$

考え方 袋Aを選ぶという事象を A 、白玉を取り出すという事象を W とすると、袋Aから白玉を取り出す確率は、 $P(A \cap W) = P(A)P_A(W)$

白玉が出たとき、それが袋Aから取り出された条件付き確率は、 $P_W(A) = \frac{P(W \cap A)}{P(W)}$

また、 $P(W \cap A) = P(A \cap W)$ である。

解答 袋Aを選ぶ、袋Bを選ぶ、袋Cを選ぶ、白玉を取り出すという事象をそれぞれ A, B, C, W とすると、袋A、袋B、袋Cを選ぶ確率 $P(A), P(B), P(C)$ はどれも $\frac{1}{3}$

白玉を取り出す確率は、

$$\begin{aligned} P(W) &= P(A \cap W) + P(B \cap W) + P(C \cap W) \\ &= P(A)P_A(W) + P(B)P_B(W) + P(C)P_C(W) \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{3}{8} + \frac{1}{3} \times \frac{4}{6} + \frac{1}{3} \times \frac{5}{12} = \frac{35}{72} \quad \cdots \cdots ① \end{aligned}$$

白玉が出たとき、それが袋Aから取り出された条件付き確率(原因の確率)は、 $P_W(A) = \frac{P(W \cap A)}{P(W)}$ で、

$$P(W \cap A) = P(A \cap W) = P(A)P_A(W) = \frac{1}{8} \quad \cdots \cdots ②$$

よって、求める確率は、①、②より、

$$P_W(A) = \frac{P(W \cap A)}{P(W)} = \frac{1}{8} \div \frac{35}{72} = \frac{9}{35}$$

$$\begin{aligned} P(A \cap W) \\ &= P(A)P_A(W) \end{aligned}$$

<Challenge!!2>

A...陽性 A...陰性 B...コロナに感染 B...非感染

$$P(B) = \frac{1}{10000} \quad (0.01\%) \quad P(B) = \frac{9999}{10000}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{10000} \times \frac{99.99}{100} = \frac{99.99}{1000000} = \frac{9999}{100000000}$$

$$P(A) = P(B) \cdot \frac{99.99}{100} + P(\bar{B}) \cdot \frac{0.01}{100}$$

$$= \frac{1}{10000} \cdot \frac{99.99}{100} + \frac{9999}{10000} \cdot \frac{0.01}{100}$$

$$= \frac{99.99}{1000000} + \frac{99.99}{1000000}$$

$$= \frac{199.98}{1000000}$$

$$= \frac{19998}{100000000}$$

$$\therefore P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{9999}{100000000}}{\frac{19998}{100000000}}$$

$$= \frac{1}{2}$$

$$= 50\% \leftarrow \text{意外とおかしくない?}$$