第2章 集合と命題

1 集合と命題

例題 1 集合と要素

正の偶数全体の集合をAとする．次の□の中に，$\in$または$\notin$のいずれかを書き入れよ．

(1) $2 \square A$　　(2) $3 \square A$

解 (1) $\boldsymbol{2 \in A}$　(2) $\boldsymbol{3 \notin A}$

1 正の奇数全体の集合をAとする．次の□の中に，$\in$または$\notin$のいずれかを書き入れよ．

(1) $7 \square A$　(2) $8 \square A$　(3) $12 \square A$　(4) $13 \square A$

2 6の正の約数全体の集合をAとする．次の□の中に，$\in$または$\notin$のいずれかを書き入れよ．

(1) $2 \square A$　(2) $3 \square A$　(3) $4 \square A$　(4) $5 \square A$

例題 2 集合の表し方

次の問いに答えよ．

(1) 次の集合を，要素を書き並べる方法で表せ．

① 9の正の約数全体の集合　　② $\{x \mid x$ は40以下の自然数で8の倍数$\}$

(2) 集合$\{2,\ 4,\ 6,\ \cdots\cdots,\ 100\}$を，要素の条件を述べる方法で表せ．

解 (1) ① $\boldsymbol{\{1,\ 3,\ 9\}}$　② $\boldsymbol{\{8,\ 16,\ 24,\ 32,\ 40\}}$

(2) $\boldsymbol{\{x \mid x}$ **は100以下の正の偶数**$\boldsymbol{\}}$　〔別解〕 $\boldsymbol{\{2x \mid x}$ **は整数，**$\boldsymbol{1 \leqq x \leqq 50\}}$

3 次の集合を，要素を書き並べる方法で表せ．

(1) 50以下の正の整数で11の倍数全体の集合

(2) 48の正の約数全体の集合

(3) 300以下の自然数で，4で割ると2余る数全体の集合

4 次の集合を，要素の条件を述べる方法で表せ．

(1) $\{1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots\}$　　(2) $\{1,\ 3,\ 5,\ \cdots\cdots\}$

(3) $\{3,\ 6,\ 9,\ \cdots\cdots,\ 99\}$　　(4) $\{2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 11,\ 13,\ 17,\ 19\}$

●ポイント

① ある条件を満たすものの集まりを**集合**といい，集合に含まれる1つ1つのものをその集合の**要素**という．aが集合Aの要素であるとき，aは集合Aに**属する**といい，$\boldsymbol{a \in A}$または$\boldsymbol{A \ni a}$と表す．

② 集合の表し方には，$\{○,\ ○,\ \cdots\cdots,\ ○\}$のように要素を書き並べる方法と，$\{x \mid \boxed{x\text{の満たす条件}}\}$のように要素の条件を述べる方法がある．

例題 3 部分集合

次の集合A，Bの関係を，記号$\subset$を用いて表せ．

(1) $A=\{n \mid n$は正の偶数$\}$，$B=\{n \mid n$は自然数$\}$

(2) $A=\{n \mid n$は正の奇数$\}$，$B=\{n \mid n$は2より大きい素数$\}$

解 (1) $\boldsymbol{A \subset B}$　(2) $\boldsymbol{B \subset A}$

5 次の集合A，Bの関係を，記号$\subset$，$=$を用いて表せ．

(1) $A=\{2,\ 4,\ 6\}$，$B=\{n \mid n$は36の正の約数$\}$

(2) $A=\{2n \mid n$は自然数$\}$，$B=\{6n \mid n$は自然数$\}$

(3) $A=\{3,\ 6,\ 9\}$，$B=\{3n \mid n=1,\ 2,\ 3\}$

(4) $A=\{n \mid n$は16の正の約数$\}$，$B=\{2^n \mid n$は整数，$1 \leqq n \leqq 4\}$

例題 4 共通部分と和集合

2つの集合$A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$，$B=\{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$について，$A \cap B$と$A \cup B$を求めよ．

解 $A \cap B$は，AとBのどちらにも含まれる要素全体の集合だから，$A \cap B=\boldsymbol{\{2,\ 4\}}$

$A \cup B$は，AとBの要素をすべて集めた集合だから，$A \cup B=\boldsymbol{\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 8\}}$

6 集合$A=\{1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 8\}$，$B=\{2,\ 4,\ 5,\ 8\}$，$C=\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10\}$について，次の集合を，要素を書き並べて表せ．

(1) $A \cap B$　(2) $A \cup B$　(3) $A \cap C$

(4) $B \cap C$　(5) $A \cap B \cap C$　(6) $A \cup B \cup C$

7 集合U，A，B，Cを次のように定めるとき，(1)～(3)の集合を，要素を書き並べて表せ．

$U=\{n \mid n$は10以下の自然数$\}$，$A=\{2n \mid n \in U\}$，$B=\{3n \mid n \in U\}$，$C=\{n \mid n$は正の奇数$\}$

(1) $A \cap B$　(2) $A \cup B$　(3) $B \cap C$

8 $A=\{x \mid x \leqq -1\}$，$B=\{x \mid -3<x<2\}$とするとき，$A \cap B$，$A \cup B$を求めよ．

●ポイント

① 集合Aのすべての要素が集合Bの要素になっているとき，AはBに**含まれる**，あるいは，BはAを**含む**といい，$\boldsymbol{A \subset B}$または$\boldsymbol{B \supset A}$と表す．このとき，AはBの**部分集合**であるという．

② $A \subset B$かつ$B \subset A$のとき，AとBは**等しい**といい，$\boldsymbol{A=B}$と表す．また，$A \subset B$かつ$A \neq B$であるとき，AはBの**真部分集合**であるという．

③ $\boldsymbol{A \cap B}$はAとBの**共通部分**，$\boldsymbol{A \cup B}$はAとBの**和集合**を表す．

④ 不等式の解は，不等式を満たすxの値全体をさすので，集合ととらえることができる．
不等式の解となる集合A，Bについて，$A \cap B$は連立不等式の解となる集合である．不等式の解となる集合を考えるときは，数直線を用いて考えるとよい．