模範解答

問１

(ア)	**1** 2 3 4
(イ)	**1** 2 3 4
(ウ)	1 **2** 3 4
(エ)	1 2 **3** 4
(オ)	1 2 **3** 4

各３点

問２

(ア)	**1** 2 3 4
(イ)	**1** 2 3 4
(ウ)	1 **2** 3 4
(エ)	1 **2** 3 4
(オ)	1 2 3 **4**

各４点

問３

(ア)	(i)	(a)	1 2 **3** 4
		(b)	1 **2** 3 4
		(c)	1 **2** 3 4
	(ii)		**1** 2 3 4
(イ)			1 2 **3** 4 5 6
(ウ) あい		あ	0 1 2 3 4 5 6 7 8 **9**
		い	0 1 2 3 4 5 6 7 **8** 9
(エ) う/え		う	0 1 2 3 4 5 6 7 **8** 9
		え	0 1 2 **3** 4 5 6 7 8 9

(ア)(i)(a)は２点，(b)(c)は両方できて３点，(ii)は４点
(イ)(ウ)は５点，(エ)は６点

問４

(ア)		1 2 3 4 5 **6**
(イ)	(i)	1 **2** 3 4 5 6
	(ii)	1 2 **3** 4 5 6
(ウ) お：か	お	0 1 2 3 4 **5** 6 7 8 9
	か	0 1 2 3 4 5 **6** 7 8 9

(ア)は４点，(イ)は両方できて５点，(ウ)は６点

問５

(ア) き/くけ	き	0 **1** 2 3 4 5 6 7 8 9
	く	0 **1** 2 3 4 5 6 7 8 9
	け	0 1 **2** 3 4 5 6 7 8 9
(イ) こ/さし	こ	0 1 2 3 4 **5** 6 7 8 9
	さ	0 **1** 2 3 4 5 6 7 8 9
	し	0 1 2 3 4 5 6 7 **8** 9

(ア)(イ)は各５点

問６

(ア)		1 2 3 **4** 5 6
(イ)		1 2 **3** 4 5 6
(ウ) す√せ	す	0 1 2 **3** 4 5 6 7 8 9
	せ	0 1 2 3 4 5 6 **7** 8 9

(ア)は４点，(イ)は５点，(ウ)は６点

解説

問１(ア)　$-9+(-8)=-9-8=-17$

(イ)　$\frac{4}{9}-\frac{3}{4}=\frac{16}{36}-\frac{27}{36}=-\frac{11}{36}$

(ウ)　$18a^2b\times4ab^3\div6a^2b^3=\frac{18a^2b\times4ab^3}{6a^2b^3}=12ab$

(エ)　$\sqrt{20}-\frac{15}{\sqrt{5}}=2\sqrt{5}-\frac{15\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=2\sqrt{5}-\frac{15\sqrt{5}}{5}=2\sqrt{5}-3\sqrt{5}=-\sqrt{5}$

(オ)　$(3+\sqrt{7})(3-\sqrt{7})-4(\sqrt{7}-3)=9-7-4\sqrt{7}+12=14-4\sqrt{7}$

問２(ア)　$\begin{cases}0.8x+0.2y=-6 & \cdots① \\ \frac{2}{3}x+\frac{5}{6}y=-1 & \cdots②\end{cases}$

①×5より，$4x+y=-30$…③，

②×6より，$4x+5y=-6$…④，

③－④より，

$$\begin{array}{rr} & 4x+\ \ y=-30 \\ -) & 4x+5y=-6 \\ \hline & -4y=-24\end{array}$$

よって，$y=6$，これを③に代入すれば，

$4x+6=-30$ より，$x=-9$

(イ)　xについての２次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解の公式

$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ に，$a=2$，$b=1$，$c=-2$を代入して，

$x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times2\times(-2)}}{2\times2}$

$=\frac{-1\pm\sqrt{1+16}}{4}$

$=\frac{-1\pm\sqrt{17}}{4}$

(ウ)　$y=-\frac{1}{4}x^2$ に $x=2$ を代入すると，$y=-\frac{1}{4}\times2^2=-1$，$x=6$を代入すると，$y=-\frac{1}{4}\times6^2=-9$

よって，変化の割合$=\frac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}=\frac{-9-(-1)}{6-2}=\frac{-8}{4}=-2$

［別解］２乗に比例する関数 $y=ax^2$ の変化の割合＝（xのはじめの数＋xの終わりの数）×aを用いて，$(2+6)\times\left(-\frac{1}{4}\right)=-2$

(エ)　大人１人のカット料金をx円，子ども１人のカット料金をy円とすると，$\begin{cases}x=y+800 & \cdots① \\ x:y=5:3 & \cdots②\end{cases}$　②より，$3x=5y$…③，

①を③に代入すると，$3(y+800)=5y$ より，$y=1200$，これを①に代入して，$x=1200+800=2000$，解は問題に適しているから，子ども１人のカット料金は1200円ということがわかる。

(オ)　$\sqrt{66-2n}=\sqrt{2(33-n)}$，$33-n=\mathrm{M}$とおくと，$\sqrt{66-2n}=\sqrt{2\mathrm{M}}$と表すことができる。$\sqrt{2\mathrm{M}}$が整数となるMの値は小さい順に，$\mathrm{M}=2\times1^2=2$ のとき，$n=33-2=31$，$\mathrm{M}=2\times2^2=8$のとき，$n=33-8=25$，$\mathrm{M}=2\times3^2=18$のとき，$n=33-18=15$，$\mathrm{M}=2\times4^2=32$ のとき，$n=33-32=1$となる。また，$\mathrm{M}=0$のとき，$n=33$であるので，条件に合う n の個数は５個。

問３(ア)(ii)　△ACGで，CA＝CG＝9cm，△ABFで，AB＝FB＝5cmであるので，

BG＝BC－CG＝10－9＝1(cm)だから，FG＝FB－BG＝5－1＝4(cm)がわかる。

△AGFにおいて，点H，Iはそれぞれ辺AF，AGの中点だから，中点連結定理より，$\mathrm{HI}=\mathrm{FG}\times\frac{1}{2}=4\times\frac{1}{2}=2$(cm)

(イ)

	A中学校	B中学校
中央値を含む階級	15分以上20分未満	10分以上15分未満
最頻値を含む階級	15分以上20分未満	5分以上10分未満
5分以上20分未満の相対度数の和	0.16＋0.20＋0.34＝0.70	0.32＋0.20＋0.16＝0.68
20分以上の相対度数の和	0.12＋0.08＝0.20	0.14＋0.06＝0.20

あは中央値を含む階級の階級値は，Ａ中学校が17.5分でＢ中学校が12.5分なので正しい。

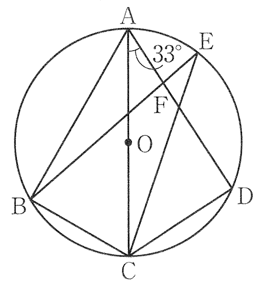
いは最頻値を含む階級の階級値は，Ａ中学校が17.5分でＢ中学校が7.5分なので正しくない。

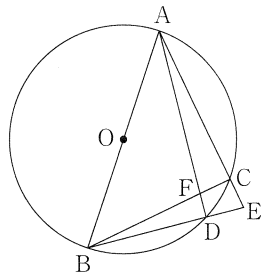
うは５分以上20分未満の割合はＡ中学校が0.70でＢ中学校が0.68なので正しくない。

えは20分以上の人数はＡ中学校が100×0.20＝20（人）でＢ中学校が200×0.20＝40（人）なので正しい。

よって，**あ**と**え**。

(ウ)　線分AB，BC，CD，CEを引いて考えてみる。線分ACは円Oの直径より，半円の弧に対する円周角は90°だから，∠ABC＝∠ADC＝90°，△ABCで，$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}:\overset{\frown}{\mathrm{BC}}=2:1$だから，∠BAC＝$(180°-90°)\times\frac{1}{3}=30°$，△ACDで，∠ACD＝180°－33°－90°＝57°，$\overset{\frown}{\mathrm{AE}}:\overset{\frown}{\mathrm{ED}}=1:2$だから，∠ACE＝∠ACD×$\frac{1}{3}$＝19°，$\overset{\frown}{\mathrm{AE}}$の円周角より，∠ABE＝∠ACE＝19°，△ABFの内角の和より，∠AFB＝180°－(30°＋33°＋19°)＝98°





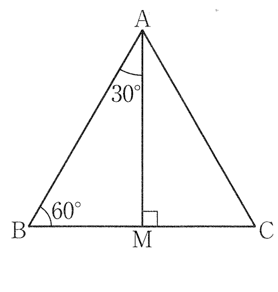
(エ) まず，△ABCにおいて，∠ACBは半円の弧に対する円周角だから，
$\angle ACB=90°$，AC＝BCより，△ABCは直角二等辺三角形になることがわかる。
よって，$AC:AB=1:\sqrt{2}$，$AC:4\sqrt{5}=1:\sqrt{2}$より，$AC=2\sqrt{10}$(cm)，
また，△ABDにおいて，同様に，$\angle ADB=90°$より，
三平方の定理を使って，$AD^2=AB^2-BD^2$だから，$AD^2=(4\sqrt{5})^2-4^2=64$，
$AD>0$より，$AD=8$(cm)が求められる。
　次に，△AFCと△BECにおいて，AC＝BC，$\angle ACF=\angle BCE=90°$，
$\overset{\frown}{CD}$に対する円周角は等しいから，$\angle CAD=\angle CBD$より，$\angle CAF=\angle CBE$，
よって，１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，△AFC≡△BECとなり，AF＝BEとなることがわかる。
さらに，△ADEと△BDFにおいて，$\angle ADE=\angle BDF=90°$，$\angle DAE=\angle DBF$より，２組の角がそれぞれ等しいから，
△ADE∽△BDFがわかる。ここで，△ADEと△BDFの相似比は$AD:BD=8:4=2:1$である。DE＝$x$cmとすると，BE＝BD＋DE＝$4+x$と表されるから，AF＝$4+x$より，$DF=AD-AF=8-(4+x)=4-x$(cm)，AD：BD＝DE：DFより，
$2:1=x:(4-x)$，これを解いて，$x=\frac{8}{3}$，よって，DE＝$\frac{8}{3}$cm

問４■点Ａは曲線①上の点で，x座標が-4だから，曲線①の式$y=\frac{1}{2}x^2$に$x=-4$を代入して，$y=\frac{1}{2}\times(-4)^2=8$より，$A(-4,\ 8)$

■点Ｂは曲線①上の点で，線分ABはx軸に平行であり，放物線はy軸について対称だから，$B(4,\ 8)$，AB＝8
■直線ACはy軸に平行だから，点Ｃと点Ａのx座標が等しく-4，AB：AC＝2：3だから，2：3＝8：ACより，AC＝12
よって，点Ｃのy座標は，$8-12=-4$だから，$C(-4,\ -4)$
(ア) 点Ｃは曲線②上の点だから，曲線②の式$y=ax^2$に点Ｃの座標$x=-4$，$y=-4$を代入して，$-4=a\times(-4)^2$より，$a=-\frac{1}{4}$
■点Ｄは線分ACの中点であるから，y座標は$\frac{8+(-4)}{2}=2$より，$D(-4,\ 2)$
(イ) ２点$B(4,\ 8)$，$D(-4,\ 2)$を通る直線の式$y=mx+n$の変化の割合$m=\frac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}=\frac{8-2}{4-(-4)}=\frac{3}{4}$，$y=\frac{3}{4}x+n$に点Ｂの座標$x=4$，$y=8$を代入すれば，$8=\frac{3}{4}\times4+n$より，$n=5$
(ウ) ２点Ｏ，$A(-4,\ 8)$を通る直線の式は$y=-2x$，点Eは直線OAと直線BDの交点だから，直線OAの式と直線BDの式を連立方程式として解けば，$-2x=\frac{3}{4}x+5$より，$x=-\frac{20}{11}$，$y=-2x$に$x=-\frac{20}{11}$を代入して，$y=-2\times\left(-\frac{20}{11}\right)=\frac{40}{11}$より，
$E\left(-\frac{20}{11},\ \frac{40}{11}\right)$
S＝△OABの面積－△AEBの面積と考えれば，△OABの面積＝AB×(2点A，Oのy座標の差)$\times\frac{1}{2}=8\times8\times\frac{1}{2}$，
△AEBの面積＝AB×(2点A，Eのy座標の差)$\times\frac{1}{2}=8\times\left(8-\frac{40}{11}\right)\times\frac{1}{2}$より，$S=8\times8\times\frac{1}{2}-8\times\left(8-\frac{40}{11}\right)\times\frac{1}{2}=32-\frac{192}{11}=\frac{160}{11}$
T＝△OACの面積－△EADの面積と考えれば，△OACの面積＝AC×(2点O，Aのx座標の差)$\times\frac{1}{2}=12\times4\times\frac{1}{2}$，
△EADの面積＝AD×(2点E，Aのx座標の差)$\times\frac{1}{2}=(8-2)\times\left\{-\frac{20}{11}-(-4)\right\}\times\frac{1}{2}$より，$T=12\times4\times\frac{1}{2}-(8-2)\times\left\{-\frac{20}{11}-(-4)\right\}\times\frac{1}{2}=24-\frac{72}{11}=\frac{192}{11}$ よって，$S:T=\frac{160}{11}:\frac{192}{11}=5:6$

問５(ア) 【操作１】，【操作２】によるカードの取り出し方は，$6\times6=36$（通り），
２つの線分が垂直になるのは，AC⊥BF，AD⊥BG，AE⊥BHの３通り。これより，求める確率は，$\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$
(イ) 線分ACと等しいのは線分BDと線分BH。線分ADと等しいのは線分BEと線分BG。線分AEと等しいのは線分BF。線分AFと等しいのは線分BEと線分BG。線分AGと等しいのは線分BDと線分BH。線分AHと等しいのは線分BCの全部で10通り，これより，求める確率は，$\frac{10}{36}=\frac{5}{18}$

問６(ア) 右の図1の△ABCにおいて，点Ａより辺BCに垂線AMを引くと，点Mは辺BCの中点になるので，BM＝3cm，△ABMは30°，60°，90°の直角三角形なので，$AM=3\sqrt{3}$cm
よって，△ABCの面積は，$6\times3\sqrt{3}\times\frac{1}{2}=9\sqrt{3}$(cm^2)
したがって，この正四面体の表面積は△ABCの面積の4倍だから，$9\sqrt{3}\times4=36\sqrt{3}$(cm^2)

図1


(イ)　この展開図を組み立てると，点Aと点E，点Bと点Fが重なるので，右の図２のようになる。点Aより辺BDに垂線AN，点Aより線分CNに垂線AHを引く。点Aから△BCDまでの距離がAHなので，$AH=2\sqrt{6}$cm。

三角すいABDCの体積は，$\triangle BDC\times AH\times\dfrac{1}{3}=9\sqrt{3}\times2\sqrt{6}\times\dfrac{1}{3}=18\sqrt{2}\,(\text{cm}^3)$

図３において，点P，Q，Rはそれぞれ辺AB，AD(ED)，AC(CE)の中点で，三角すいABDCと三角すいAPQRは相似であり，

相似比は２：１だから，体積の比は$2^3:1^3=8:1$になる。

三角すいAPQRの体積は，三角すいABDCの体積の$\dfrac{1}{8}$だから，

$18\sqrt{2}\times\dfrac{1}{8}=\dfrac{9\sqrt{2}}{4}\,(\text{cm}^3)$

図2

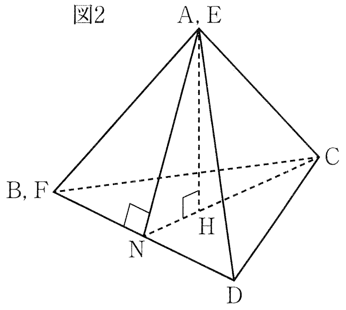
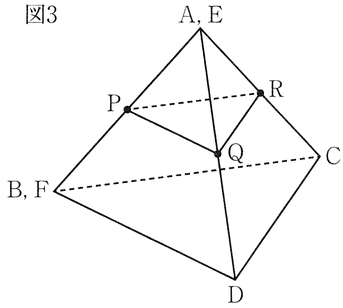


図3



(ウ)　上の図３の見取図を△BDCが中央にくるように，右の図４の展開図を考える。点Qから辺DF，CDと交わるように点Rまで引いた長さが最も短い線は，図の線分QRになる。

△CDEで，点Rより辺DE(A)に垂線RSを引く。△RSE(A)は30°，60°，90°の直角三角形なので，$ER=3$cmより，$ES=\dfrac{3}{2}$cm，$RS=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$cm，

$QS=QD+DE-ES=3+6-\dfrac{3}{2}=\dfrac{15}{2}\,(\text{cm})$

△RQSで三平方の定理を使って，$QR^2=QS^2+RS^2=\left(\dfrac{15}{2}\right)^2+\left(\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2=63$,

$QR>0$より，$QR=\sqrt{63}=3\sqrt{7}\,(\text{cm})$

図4