模範解答

問１

(ア)	1
(イ)	2
(ウ)	4
(エ)	4
(オ)	1

各３点

問２

(ア)	1
(イ)	4
(ウ)	3
(エ)	3
(オ)	2

各４点

問３

(ア)	(i)	(a)	2
		(b)	4
		(c)	4
	(ii)		3
(イ)			5
(ウ) あ：い		あ	5
		い	2
(エ) う/え		う	4
		え	5

(ア)(i)(a)は２点，(b)(c)は両方できて３点，(ii)は４点
(イ)(ウ)は５点，(エ)は６点

問４

(ア)		2
(イ)	(i)	3
	(ii)	5
(ウ) おか/き	お	1
	か	2
	き	5

(ア)は４点，(イ)は両方できて５点，(ウ)は６点

問５

(ア) く/け	く	1
	け	4
(イ) こ/さし	こ	5
	さ	3
	し	2

(ア)(イ)は各５点

問６

(ア)		4
(イ)		5
(ウ) す√せ	す	6
	せ	7

(ア)は４点，(イ)は５点，(ウ)は６点

解説

問１(ア)　$-8+(-7)=-8-7=-15$

(イ)　$-\frac{5}{6}+\frac{5}{8}=-\frac{20}{24}+\frac{15}{24}=-\frac{5}{24}$

(ウ)　$8x^2y\times y\div(-2x)^2=8x^2y\times y\div 4x^2=\frac{8x^2y\times y}{4x^2}=2y^2$

(エ)　$\frac{6}{\sqrt{3}}+\sqrt{48}=\frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}+4\sqrt{3}=\frac{6\sqrt{3}}{3}+4\sqrt{3}=2\sqrt{3}+4\sqrt{3}=6\sqrt{3}$

(オ)　$(4+\sqrt{5})(4-\sqrt{5})-5(2\sqrt{5}+2)=16-5-10\sqrt{5}-10=1-10\sqrt{5}$

問２(ア)　$x+3=\mathrm{A}$ とおくと，$(x+3)^2-7(x+3)+12=\mathrm{A}^2-7\mathrm{A}+12=(\mathrm{A}-3)(\mathrm{A}-4)$，Aを戻して，
$(\mathrm{A}-3)(\mathrm{A}-4)=\{(x+3)-3\}\{(x+3)-4\}=x(x-1)$

(イ)　2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解の公式　$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ に，$a=1$，$b=-3$，$c=-3$ を代入して，
$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times1\times(-3)}}{2\times1}=\frac{3\pm\sqrt{9+12}}{2}=\frac{3\pm\sqrt{21}}{2}$

(ウ)　$y=ax^2$ に $x=2$ を代入して $y=4a$，$x=5$ を代入して $y=25a$　変化の割合 $=\frac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}$ より，
$\frac{25a-4a}{5-2}=7a$，これが4と等しいから，$7a=4$，$a=\frac{4}{7}$
［別解］　2乗に比例する関数 $y=ax^2$ の変化の割合＝(xのはじめの数＋xの終わりの数)×aを用いて，
$(2+5)\times a=4$，$7a=4$ より，$a=\frac{4}{7}$

(エ)　品物と箱の重さを合わせたものが全体の重さであるから，$2x+5y+3$ (kg)が全体の重さである。よって，求める不等式は，
$2x+5y+3\leqq 60$

(オ)　9450を素因数分解すると，$9450=2\times3^3\times5^2\times7$ であるから，$\frac{2\times3^3\times5^2\times7}{a}=\frac{3^2\times5^2\times2\times3\times7}{a}$ が自然数の平方となるための最も小さい a の値は$a=2\times3\times7=42$

問３(ア)(ii)　AB＝AEより，△ABEは二等辺三角形だから∠ABE＝∠AEB，また，AD∥BCより，平行線の錯角は等しいから，∠AEB＝∠EBC　よって，∠ABE＝∠EBC　また，AC＝BCより，△ABCは二等辺三角形だから∠ABC＝∠BAC，$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$に対する円周角は等しいから，∠AEB＝∠ACB　ここで，∠BAG＝∠GAC＝aとすると，∠ABC＝∠BAC＝$2a$，∠ACB＝aとなる。△ABCの内角の和より，$2a+2a+a=180°$より，$a=36°$
したがって，平行四辺形の向かい合う角は等しいから，∠ADC＝∠ABC＝$2a=2\times36°=72°$

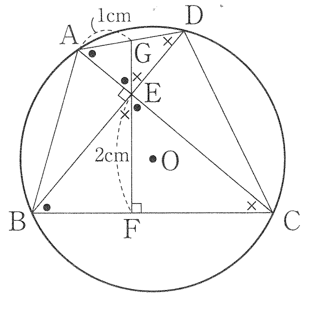
(イ)　箱ひげ図から読み取ると，下の表になる。

	最小値	第1四分位数	第2四分位数(中央値)	第3四分位数	四分位範囲	最大値
A市	17	22	31	37	15	46
B市	10	19	29	37	18	45

・**あ**…データの個々の値がわからないので，この箱ひげ図だけでは平均値はわからない。×
・**い**…A市の中央値は31日，B市の中央値は29日なので，A市の方がB市より大きい。○
・**う**…範囲＝最大値－最小値であるから，A市の範囲は46－17＝29（日），B市の範囲は45－10＝35（日）なので，B市の方がA市より大きい。×
・**え**…第3四分位数はデータを小さい順に並べたときの12番目である。12番目が37日間であるから，12番目から15番目までの4年分のデータがあることがわかるので，最低4年間はあるといえる。○

(ウ)　△FDEと△FBCにおいて，長方形の対辺は平行だから，AD∥BCより，ED∥BCなので，平行線の錯角は等しいので，∠DEF＝∠BCF，∠FDE＝∠FBC　2組の角がそれぞれ等しいので，△FDE∽△FBC　点EはADの中点だからED＝8÷2＝4（cm）EF：CF＝ED：CB＝4：8＝1：2…①　S＝△DAB－△FDE，①より，
△FDE＝△DEC$\times\frac{1}{3}$　よって，S＝△DAB－△DEC$\times\frac{1}{3}=8\times4\times\frac{1}{2}-\left(4\times4\times\frac{1}{2}\right)\times\frac{1}{3}=\frac{40}{3}$(cm^2)
T＝△DEC$\times\frac{2}{3}=\left(4\times4\times\frac{1}{2}\right)\times\frac{2}{3}=\frac{16}{3}$(cm^2)　よって，$S:T=\frac{40}{3}:\frac{16}{3}=5:2$

(エ)　まず，△BCEにおいて，BD⊥ACより∠BEC＝90°であるから，∠BEF＋∠CEF＝90°…①，
また，△CEFにおいて，BC⊥EFより∠EFC＝90°であるから，∠FCE＋∠CEF＝90°…②，
①，②より，∠BEF＝∠FCE…③，
さらに，△BFEにおいて，∠BFE＝90°であるから，∠EBF＋∠BEF＝90°…④，
①，④より，∠CEF＝∠EBF…⑤
次に，対頂角は等しいから，∠BEF＝∠DEG…⑥，∠CEF＝∠AEG…⑦，
また，$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$に対する円周角より，∠ACB＝∠ADBより，∠ECF＝∠EDG…⑧，
③，⑥，⑧より，∠GED＝∠GDEなので，△DGEは二等辺三角形であり，DG＝EG…⑨



また，$\overset{\frown}{CD}$に対する円周角より，$\angle CAD=\angle CBD$より，$\angle EAG=\angle EBF$…⑩
⑤，⑦，⑩より，$\angle GAE=\angle GEA$なので，$\triangle AEG$は二等辺三角形であり，$AG=GE$…⑪
⑨，⑪より，$EG=DG=AG$，$AD=2$cmより，$EG=DG=AG=1$cm，よって，$EF=FG-GE=3-1=2$(cm)がわかるので，
$\triangle BCE$の面積$=BC\times EF\times\frac{1}{2}=5\times2\times\frac{1}{2}=5$(cm^2)，
ここで，$\triangle BCE$と$\triangle ADE$において，⑧，⑩より，２組の角がそれぞれ等しいから，$\triangle BCE\backsim\triangle ADE$であり，相似比は
$BC:AD=5:2$だから，面積比は，$5^2:2^2=25:4$，よって，$\triangle ADE$の面積$=\triangle BCE\times\frac{4}{25}=5\times\frac{4}{25}=\frac{4}{5}$(cm^2)

問４■点Aは直線①上の点で，x座標が６だから，直線①の式
$y=x+6$に$x=6$を代入して，$y=6+6=12$より，A(6, 12)

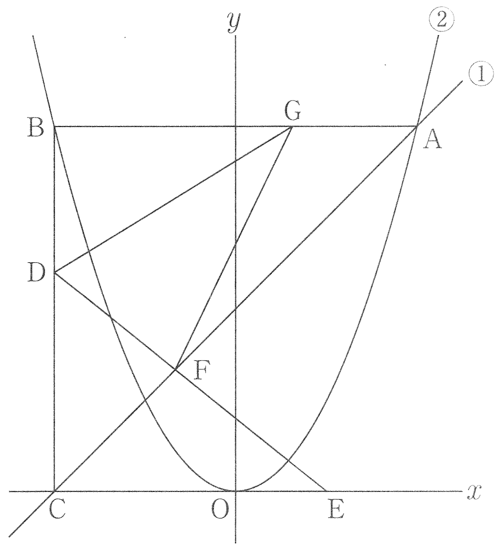
(ア)　点Aは曲線②上の点だから，曲線②の式$y=ax^2$に点A
の座標$x=6$，$y=12$を代入して，$12=a\times6^2$より，$a=\frac{1}{3}$

■点Bは曲線②上の点で，線分ABはx軸に平行であり，
放物線はy軸について対称だから，B(−6, 12)

■点Cは直線①とx軸との交点だから，直線①の式$y=x+6$
に$y=0$を代入して，$0=x+6$より，$x=-6$，
よって，C(−6, 0)，CO＝6　また，点Bと点Cのx座標は等しい
から線分BCとy軸は平行。

■点Dは線分BC上の点で，点Dのx座標は点Bと等しいから−6，
$BD:DC=2:3$だから，$DC=12\times\frac{3}{5}=\frac{36}{5}$，よって，$D\left(-6,\ \frac{36}{5}\right)$

■点Eはx軸上の点で，$CO:OE=2:1$より，$OE=6\times\frac{1}{2}=3$，
よって，E(3, 0)



(イ)　２点$D\left(-6,\ \frac{36}{5}\right)$，E(3, 0)を通る直線$y=mx+n$の変化の割合
$m=(y\text{の増加量})\div(x\text{の増加量})=\left(0-\frac{36}{5}\right)\div\{3-(-6)\}=-\frac{36}{5}\div9=-\frac{4}{5}$，
$y=-\frac{4}{5}x+n$に点Eの座標$x=3$，$y=0$を代入して，$0=-\frac{4}{5}\times3+n$より，$n=\frac{12}{5}$

■点Fは直線の①と直線DEの交点だから，$y=x+6$と$y=-\frac{4}{5}x+\frac{12}{5}$を連立方程式として解いて，$x=-2$，$y=4$
よって，F(−2, 4)

(ウ)　点Gのx座標をpとする。四角形CFGDと四角形FAGDにおいて，$\triangle DFG$は共通であるので，
$\triangle DCF$の面積＝$\triangle AFG$の面積 となればよいことがわかる。$\triangle DCF$の面積$=DC\times$(点Fと点Cのx座標の差)$\times\frac{1}{2}=$
$\frac{36}{5}\times\{-2-(-6)\}\times\frac{1}{2}$，$\triangle AFG$の面積$=AG\times$(点Aと点Fの$y$座標の差)$\times\frac{1}{2}=(6-p)\times(12-4)\times\frac{1}{2}$　よって，
$\frac{36}{5}\times\{-2-(-6)\}\times\frac{1}{2}=(6-p)\times(12-4)\times\frac{1}{2}$，$\frac{72}{5}=24-4p$，$4p=\frac{120}{5}-\frac{72}{5}$，$p=\frac{12}{5}$より，点Gの$x$座標は$\frac{12}{5}$である。

問５(ア)　１の目が出たとき１，２，３，４のカード，２の目が出たとき２，４のカード，３の目が出たとき３のカード，４の目が出たとき４のカードを裏返すことになる。さいころを２回投げてすべてのカードが裏になるのは，２回とも同じ目が出た場合であるから，(1, 1)，(2, 2)，(3, 3)，(4, 4)の４通りである。
さいころを２回投げたときのすべての目の出方は，$4\times4=16$（通り）だから，求める確率は，$\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$

(イ)　最初すべてのカードは裏向きだから，すべてのカードが表を向くには，それぞれのカードを１回または３回裏返す必要がある。よって，３回のさいころの目は１が１回と同じ数字が２回の組み合わせになればよい。よって，(1, 1, 1)，(1, 2, 2)，(1, 3, 3)，(1, 4, 4)，(2, 1, 2)，(2, 2, 1)，(3, 1, 3)，(3, 3, 1)，(4, 1, 4)，(4, 4, 1)の10通りである。
さいころを３回投げたときのすべての目の出方は，$4\times4\times4=64$（通り）だから，求める確率は，$\frac{10}{64}=\frac{5}{32}$

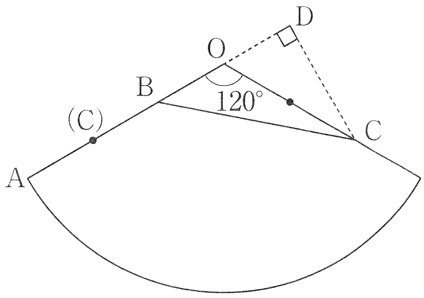
問６(ア)　円Oの円周の長さは円すいの底面円Pの円周の長さの３倍と等しいから，OA＝$r$cmとすると，
$2\pi r=2\pi\times6\times3$より，$r=18$，よって，OA＝18cm，求める円すいは円Pを底面とし，OPを高さとするから，
$\triangle OAP$で三平方の定理より，$OP^2=OA^2-AP^2=18^2-6^2=288$，$OP>0$より，$OP=12\sqrt{2}$cm，
よって，求める体積は，$6^2\times\pi\times12\sqrt{2}\times\frac{1}{3}=144\sqrt{2}\pi$　(cm^3)

(イ)　円すいの側面積＝母線の長さ×底面の半径×πより，求める面積は，$18\times6\times\pi+6^2\times\pi=144\pi$　(cm^2)

(ウ)　円すいの側面の展開図で，おうぎ形の中心角は

$360^\circ \times \dfrac{\text{底面の半径}}{\text{母線の長さ}} = 360^\circ \times \dfrac{6}{18} = 120^\circ$,

側面上の，最短の線は線分 BC になるから，右の図のように点Ｃから直線 AO に垂線をひき，その交点をＤとすると，



△CDO は３つの角が30°，60°，90°の直角三角形になり，

３辺の比は $1:2:\sqrt{3}$ になる。

$OC = 18 \times \dfrac{2}{3} = 12$(cm)，$\angle COD = 60^\circ$ より，OD = 6cm，$CD = 6\sqrt{3}$cm

△BCD で三平方の定理より，$BC^2 = BD^2 + CD^2 = (6+6)^2 + (6\sqrt{3})^2$

$= 252$，$BC > 0$ より，$BC = 6\sqrt{7}$cm